F 1130/2

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREȘTI

L: 040956

SERIA ELECTROTEHNICĂ

TOMUL L, ANUL 1988

Comitetul de redacție

Redactor responsabil : Prof. dr. ing. *Voicu Tache*

Redactor responsabil adjunct : Prof. dr. docent *Traian Demian*

Secretar științific : Prof. dr. ing. *Sergiu Călin*

Membrii : Prof. dr. ing. *Constantin Bălă* ; Conf. dr. ing. *Cornel Berbente* ; Prof. dr. docent *Gheorghe Buzdugan*, membru corespondent al Academiei R. S. România ; Prof. dr. ing. *Ioan Carabogdan* ; Prof. dr. docent *Virgil Constantinescu* ; Prof. dr. ing. *Octavian Floarea* ; Prof. dr. ing. *Julieta Florea* ; Prof. dr. *Ion Grădișteanu* ; Prof. dr. ing. *Gheorghe Hortopan* ; Prof. dr. ing. *Moise Ienciu* ; Prof. dr. ing. *Vlad Ionescu* ; Prof. dr. ing. *Adelaida Mateescu* ; Prof. dr. ing. *Nicolae Murguleț* ; Prof. dr. ing. *Aurel Oprean* ; Prof. dr. ing. *Mircea Petrescu* ; Prof. dr. ing. *Ion Popescu* ; Conf. dr. ing. *Mircea Radeș* ; Conf. dr. ing. *Sorin Roșca* ; Prof. dr. ing. *George Rulea* ; Prof. dr. ing. *Marcel Segărceanu* ; Prof. dr. ing. *Alexandru Spătaru* ; Prof. dr. *Octavian Stănășilă* ; Prof. dr. docent *Ion Teoreanu* ; Prof. dr. docent *Andrei Țugulea* ; Prof. dr. ing. *Silvia Vacu* ; Prof. dr. docent *Rodica Vîlcu* ; Academician *Radu Voinea*.

Editor : Institutul Politehnic București
Splaiul Independenței 313, Tel. 31.40.10, România, Căsuța poștală 2356

Readers from abroad can get subscriptions for this newspaper through ROMPRESFILATELIA, Import export press, P.O. Box 12-201, Telex 10378, Calea Griviței 62—64, Bucharest, ROMÂNIA

Sumar

M. Roşculeţ

Analiticitate în raport cu un operator diferenţial E. II. Soluţiile ecuaţiei iterate $E^{(n)}(\Phi) = 0$ 3

C. Bucur, A. Rusu

Metodă de aproximare a parametrilor indirect accesibili 7

Elena Deciu

Asupra nodurilor operatoriale duale pe spaţii Banach complexe (l. engleză) . . . 11

Gabriela Cone

Progrese recente în stabilirea etaloanelor pentru unităţile de lungime, tensiune electrică, rezistenţă electrică şi temperatură 21

T. Creţu, H. Al Ammouri, R. Grigorescu

Consideraţii privind disponibilitatea radiaţiei solare pe teritoriul Republicii Arabe Siria (II) 31

G. Drăgan

Modele probabilistice în analiza unui sistem electroenergetic (l. engleză) 39

P. Cristea, F. Spinei, Rodica Tuduce

O generalizare a conceptului de echivalenţă a circuitelor electrice 49

N. Galan

Fluxul magnetic reprezentativ unic al maşinilor electrice de curent alternativ . . 57

P. Noţingher

Străpungerea răşinilor epoxidice sub acţiunea fluxurilor de electroni (arborescente) 67

M. Iordache, N. Voicu

Modelarea încălzirii prin rezistenţe termice a rotoarelor turbogeneratoarelor cu răcire indirectă 81

V. A. Măries

Inducţia magnetică generată de curenţi de conducţie echivalaţi cu repartiţii pe pînze 91

Summary

M. Roşculeţ
Analicity by Ratio with a Differential Operator E. II. Solutions for the Equation $E^{(n)}(\Phi) = 0$ 3

C. Bucur, A. Rusu
Method for Approximation of Accessible Indirect Parameters 7

Elena Deciu
On the Dual Operator Nodes on Complex Banach Spaces 11

Gabriela Cone
Recent Determination of the Meter, Volt, Ohm and Kelvin 21

T. Creţu, H. Al Ammouri, R. Grigorescu
On Solar Energy Availability on Syrian Territory (II) 31

G. Drăgan
Analysis of a Power System Operation Based on Probability Criteria 39

P. Cristea, F. Spinei, Rodica Tuduce
A Generalization of Electrical Network Equivalence Concept 49

N. Galan
The Unique Representative Magnetic Flux of the ac Electrical Machines 57

P. Noţingher
Epoxy Resins Breakdown under the Stress of Electron Fluxes (Treeing) 67

M. Iordache, N. Voicu
Thermal Resistence Modelling of the Heating of Convection Cooled Turbogenerator Rotors 81

V. Măriş
Magnetic Field of Currents Replaced by Current-Sheets 91

C.Z.: 517.43
517.93

ANALITICITATEA ÎN RAPORT CU UN OPERATOR DIRERENȚIAL E.

II. Soluțiile ecuației iterate $E^{(n)}(\Phi) = 0$

M. N. ROȘCULEȚ*

Fie E un operator diferențial omogen, de ordinul m, cu coeficienții în R, definit în $D \subset R^p$ și $\rho^m(x)$ polinomul omogen de grad m, în p variabile $x_1, x_2, \ldots, x_p$ asociat. În lucrare autorul arată că dacă $\varphi_k(x) \mid, \mid k = 0,1,\ldots,n-1$, sînt n funcții de clasă $C^{(mn)}$ definite în D astfel încît $\mid E(\varphi_k) = 0, \mid k = 0,1,\ldots, n-1$, atunci funcția

$$\Psi(x) = \varphi_0(x) + \rho^m(x)\varphi_1(x) + \ldots + \rho^{m(n-1)}(x)\varphi_{n-1}(x),$$

este în D o soluție a ecuației $E^{(n)}(\Phi) = 0$.

Fie E operatorul diferențial

$$E = \frac{\partial^{\alpha_1}}{\partial x_1^{\alpha_1}} \cdot \frac{\partial^{\alpha_2}}{\partial x_2^{\alpha_2}} \cdots \frac{\partial^{\alpha_p}}{\partial x_p^{\alpha_p}}, \quad \alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_p = m, \tag{1}$$

căruia îi asociem monomul de grad m

$$\rho^m(x) = x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \ldots x_p^{\alpha_p}. \tag{2}$$

Teorema 1. Fie $\varphi(\alpha_1, x_2, \ldots, x_p)$ o funcție definită în $D \subset R^p$, de clasă $C^{m(n+1)}$ în D, soluție a ecuației

$$E^{(n)}(\Phi) = 0. \tag{3}$$

Funcția

$$\Psi(x) = \rho^m(x)\,\varphi(x), \quad x \in D \tag{4}$$

definită în D este soluție a ecuației

$$E^{(n+1)}(\Phi) = E(E^{(n)}(\Phi)) = 0 \tag{5}$$

Demonstrație
Avem

$$E(\rho^m(x)) = \alpha_1!\ \alpha_2!\ldots\alpha_p!$$

---

* Prof. dr. ing.

Scriem

$$E = E_1 E_2 \dots E_p \text{ cu } E_s = \frac{\partial^{\alpha_s}}{\partial x_s^{\alpha_s}},$$

deci

$$E^{(n+1)}(\Psi) = (E_1 E_2 \dots E_p)(E^{(n)}(\rho^m \varphi)).$$

a) Dacă E_s operează asupra lui ρ^m, atunci

$$(E_1 E_2 \dots E_{s-1} E_{s+1} \dots E_p) E^{(n)}$$

operează asupra lui φ şi rezultatul este nul.

b) Dacă $E_s E_s$ operează asupra lui ρ^m rezultatul este zero, deoarece

$$\frac{\partial^{\alpha_s}}{\partial x_s^{\alpha_s}} \cdot \frac{\partial^{\alpha_s}}{\partial x_s^{\alpha_s}} (x_1^{\alpha_1} \dots x_s^{\alpha_s} \dots x_p^{\alpha_p}) = 0.$$

c) Dacă

$$E_{\beta_1} E_{\beta_2} \dots E_{\beta_s}, \ \beta_1 \neq \beta_2 \neq \dots \neq \beta_s,$$

operează asupra lui ρ^m şi $s \leqslant p$ obţinem

$$E_{\beta_1} E_{\beta_2} \dots E_{\beta_s}(\rho^m) \neq 0,$$

însă asupra lui φ acţionează operatorul E^* dat de $E^* = F \cdot E^{(n)}$, prin urmare

$$E^*(\varphi) = F \cdot E^{(n)}(\varphi) = 0 ;$$

q.e.d.

2. Să considerăm acum operatorul E definit de

$$E = a_{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_p} \frac{\partial^{\alpha_1}}{\partial x_1^{\alpha_1}} \cdot \frac{\partial^{\alpha_2}}{\partial x_2^{\alpha_2}} \dots \frac{\partial^{\alpha_p}}{\partial x_p^{\alpha_p}}, \ \alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_p = m, \tag{6}$$

unde se face însumarea după indicii ce se repetă într-un monom.

Coeficienţii $a_{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_p}$ sînt numere reale.

Să-i asociem polinomul omogen de gradul m (fix),

$$\rho^m(x) = a_{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_p} x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \dots x_p^{\alpha_p}. \tag{7}$$

Operatorul E se scrie ca o sumă de operatori

$$E = E_1 + E_2 + \dots + E_q, \tag{8}$$

unde

$$E_s = a_{s_1 s_2 \dots s_p} \frac{\partial^m}{\partial x_1^{s_1} \partial x_2^{s_2} \dots \partial x_p^{s_p}}, \ a_{s_1 \dots s_p} = \text{const}$$

şi $(s_1, s_2, \dots, s_p)$ este un vector din mulţimea $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p)$ cu $\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_p = m$ (fix) ce intervine în (6).

Din (8) rezultă și partiția

$$\rho^m(x) = \rho_1^m(x) + \rho_2^m(x) + \ldots + \rho_q^m(x),$$

cu

$$\rho_s^m(x) = a_{s_1 s_2 \ldots s_p} x_{s_1}^{s_1} x_2^{s_2} \ldots x_p^{s_p},$$

Lema 1. Avem

$$E_s(\rho_s^m(x)) = a_{s_1 s_2 \ldots s_p} s_1! s_2! \ldots s_p!,$$

$$E_s(\rho_t^m(x)) = 0, \quad s \neq t,$$

$$E(\rho_s^m(x)) = a_{s_1 s_2 \ldots s_p} s_1! s_2! \ldots s_p!.$$

Demonstrație. Rezultă direct prin calcul din expresiile lui ρ_s^m, E_s și E; q.e.d.

Teorema 2. Fie E un operator diferențial dat de

$$E = a_{\alpha_1 \alpha_2 \ldots \alpha_p} \frac{\partial_{\alpha_1}}{\partial x_1^{\alpha_1}} \cdot \frac{\partial^{\alpha_2}}{\partial x_2^{\alpha_2}} \ldots \frac{\partial^{\alpha_p}}{\partial x_p^{\alpha_p}}, \tag{6}$$

cu

$$a_{\alpha_1 \alpha_2 \ldots \alpha_p} \in R, \ \alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_p = m$$

și

$$\rho^m(x) = a_{\alpha_1 \alpha_2 \ldots \alpha_p} x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \ldots x_p^{\alpha_p},$$

polinomul de grad m, asociat. Dacă $\varphi(x_1, x_2, \ldots x_p)$ definită în $D \subset R^p$, de clasă $C^{m(n+1)}$ în D, este soluție a ecuației iterate

$$E^{(n)}(\Phi) = 0,$$

atunci funcția

$$\Psi(x) = \rho^m(x)\, \varphi(x), \ x \in D$$

este soluție a ecuației

$$E^{(n+1)}(\Phi) = E(E^{(n)}(\Phi)) = 0. \tag{9}$$

Demonstrație. Avem

$$EE^{(n)}(\rho^m(x)\varphi(x)) = \sum_{i=1}^{a} [E_i E^{(n)}(\rho^m(x)\ \varphi(x))].$$

a). Dacă E_i operează asupra lui $\rho^m(x)$, atunci (9) este adevărată deoarece $E^{(n)}(\varphi) = 0$.

b). Dacă $E_i E_j$ operează asupra lui $\rho^m(x)$ avem

$$E_i E_j \rho^m(x) = 0, i \neq j \text{ sau } i = j,$$

deoarece conform lemei 1,

$$E_i(E_j \rho^m(x)) = E_i(c) = 0, \ c = \text{const.} \ \text{q.e.d.}$$

Teorema 3. Fie ecuaţia

$$E^{(n)}(\Phi) = 0, \tag{10}$$

cu operatorul diferenţial E dat de (6) şi $\varphi_k(x)$, $k = 0,1,\ldots,n-1$, n funcţii de clasă C^{mn} în $D \subset R^p$, soluţii ale ecuaţiei

$$E(\Phi) = 0.$$

Funcţia

$$\Psi(x) = \rho^{m(n-1)}(x)\varphi_{n-1}(x) + \ldots + \rho^m(x)\varphi_1(x) + \varphi_0(x), \quad x \in D, \tag{11}$$

este soluţie în D a ecuaţiei cu derivate parţiale (10).

Demonstraţie. Deoarece φ_{n-1} şi φ_{n-2} satisfac condiţiile din enunţul teoremei 2, funcţia

$$\Psi_1(x) = \rho^m(x)\varphi_{n-1}(x) + \varphi_{n-2}(x), \; x \in D$$

este soluţie a ecuaţiei $E^{(2)}(\Phi) = 0$, în D. Cu ajutorul lui Ψ_1 şi φ_{n-3} să construim funcţia

$$\Psi_2(x) = \rho^m(x)\Psi_1(x) + \varphi_{n-3}(x) = \rho^{2m}(x)\varphi_{n-1}(x) + \rho^m(x)\varphi_{n-2} + \varphi_{n-3}(x) \; x \in D$$

care este de clasă C^{mn} în D. Conform teoremei 2, funcţia $\Psi_2(x)$, este în D soluţie a ecuaţiei $E^{(3)}(\Phi) = 0$.

Prin iteraţie se obţine afirmaţia din enunţ. q.e.d.

BIBLIOGRAFIE

1. *M. N. Roşculeţ*, Ecuaţii diferenţiale şi aplicaţii. Analiticitate, operatori integrali, formule de medie. Ed. Acad. R.S.R., 1984.

Analiticité par rapport à un opérateur différentiel E.
II. Les solutions de l'équation itérée $E^{(n)}(\Phi) = 0$

Soient E un opérateur différentiel homogène, d'ordre m, avec les coéfficients en R. défini, en $D \subset R^m$ et $\rho^m(x)$, le polynôme homogène de degré m, en p variables $x_1, x_2, \ldots, x_p$ associé.

Dans cette note l'A. montre que si $\varphi_k(x)$, $k = 0,1,\ldots, n-1$ sont n fonctions de classe $C^{(mn)}$, définies en D, telles que $E(\varphi_k) = 0$, $k = 0,1,\ldots,n-1$, alors la fonction

$$\Psi(x) = \varphi_0(x) + \rho^m(x)\varphi_1(x) + \ldots + \rho^{m(n-1)}(x)\,\varphi_{n-1}(x),$$

est une solution de l'équation $E^{(n)}(\Phi) = 0$.

C.Z.: 510.5

METODA DE APROXIMARE A PARAMETRILOR INDIRECT ACCESIBILI

C. BUCUR, A. RUSU*

Autorii prezintă o metodă de aproximare a parametrilor pentru tranzistori bipolari sau MOS. Dependența specifică este exprimată ca un operator; sînt prezentate proprietățile operatorului definit, de unde rezultă un algoritm de aproximare a parametrilor.

1. Introducere

Practica actuală a dispozitivelor semiconductoare, încurajată de utilizarea intensă a tehnicii de calcul, folosește extragerea automată a parametrilor de model, astfel încît expresiile analitice ale modelului funcțional să aproximeze cît mai bine măsurătorile efectuate pe o structură reală. Corespunzător acestui punct de vedere, un dispozitiv electronic este privit numai prin prisma unei „cutii negre" cu $n+1$ terminale (unul dintre acestea, al $n+1$-lea, este considerat ca referință pentru potențialele electrice, curentul prin acesta neinteresînd direct deoarece poate fi dedus din curenții prin celelalte n terminale, cu ajutorul primei teoreme a lui Kirchhoff). Ecuațiile de model stabilesc legături analitice între curenții prin fiecare terminal (I_k) și potențialele aplicate pe acestea (V_k):

$$I_k = I_k(V_1, V_2, \ldots, V_k, \ldots V_n, P_1, P_2, \ldots, P_m), \quad k = \overline{1, n},$$

unde mărimile P_i (în număr de m) reprezintă parametrii modelului. Numărul n de terminale poate varia de la valoarea 1 — pentru diode, tranzistoare MOS (la care nu interesează curentul de poartă), la valoarea 2 — tipic pentru tranzistorul bipolar, sau chiar mai mari — la dispozitive multijoncțiune sau circuite integrate.

Determinările experimentale stabilesc o corespondență între valorile măsurate ale curenților (J_k^M) și potențialelor (V_k^M):

$$\{V_1^{M_j}, V_2^{M_j}, \ldots, V_n^{M_j}\} \rightarrow \{I_1^{M_j}, I_2^{M_j}, \ldots, I_n^{M_j}\}, \quad M_j = \overline{1, p}.$$

unde M_j reprezintă numărul de ordine al determinării efectuate. Numărul maxim al acestor determinări, p, poate fi de ordinul miilor și chiar mai mult. Extragerea parametrilor de model presupune calcularea valorilor

* Lector dr., catedra Matematici; Șef lucrări dr. ing., catedra Electronică și microelectronică.

$P_1, P_2, \ldots, P_m$, astfel încît soluțiile curenților, conform modelului analitic pentru potențialele de măsură folosite

$$\{I_k(V_1^{M_j}, V_2^{M_j}, \ldots, V_m^{M_j}, P_1, P_2, \ldots, P_m)/K = \overline{1, n} \; ; \quad M_j = \overline{1, p}\}$$

să aproximeze cît mai bine valorile măsurate ale curenților

$$\{I_k^{M_j} | \; K = \overline{1, n} \; ; \quad M_j = \overline{1, p}\}$$

Lucrarea propune o metodă originală pentru modelarea matematică a problemelor de tipul celor menționate; pentru început se formulează succint ideea metodei și cazuri ce pot interveni, urmînd apoi abordarea cazului tranzistoarelor bipolare sau MOS.

Fie X, Y — spații metrice și aplicația $F : X \to Y$; se precizează un element $y^M \in Y$ și o mulțime $X_0 \in X$.

Se determină $X_S \in X_0$, unde

$$X_S = \{x | \inf_{\tilde{x} \in X_0} d_y(F(\tilde{x}), y^M) = d_y(F(x), y^M)\}$$

constituie soluția problemei $F(x) = y^M$ pe $X_0 \subset X$.

Apar cazurile :

a) $y^M \in F(X_0)$ cînd $(\exists)\, x^* \in X_0$, încît

$$\inf_{x \in X_0} d_y(F(x), y^M) = d_y(F(x^*), y^M) = 0 \quad \text{și} \quad X_S = \{X^*\}.$$

b) $y^M \notin F(X_0)$, deci $\inf_{x \in X_0} d_y(F(x), y^M) = m > 0$ și

$$X_S = \{x / x \in X_0, \; d_y(F(x), y^M) = m\}.$$

Metodele de aproximare pot conduce ambele cazuri la probleme necorecte, în sensul că nu se satisfac axiomele lui Hadamard ce definesc conceptul de problemă corectă.

2. Tranzistoare bipolare sau MOS

În cazul determinării parametrilor unor tranzistoare bipolare sau MOS se obține o particularizare a problemei generale și anume :

(1) $\quad F = A \in \mathfrak{L}(R^n, R^m), \quad Ax = y^M, \quad X \subset R^n, \; Y \subset R^m, \; y^M \in Y,$

iar $X_0 \subset X$ este o mulțime convexă sau poliedral-convexă, compactă.

Pentru problema formulată demonstrăm în prealabil cîteva proprietăți.

i. AX_0 este un compact convex.

Din ipoteză $\forall \; x', x'' \in X_0 \Rightarrow z = (1 - \lambda)x' + \lambda x'' \in X_0, \; \lambda \in [0,1]$; se satisface $Ax', Ax'' \in AX_0 \Rightarrow Az = (1 - \lambda)Ax' + \lambda Ax'' \in AX_0$; deci AX_0 — este convexă.

Deoarece X_0 — compact și $A \in \mathfrak{L}(R^n, R^m)$ rezultă AX_0 — compact. Considerînd distanța euclidiană pe Y și $f(y) = ||y - y^M||$, $y \in Y$, funcția

f are hessiana pozitiv definită pe AX_0 și deci este o funcție strict convexă [1] pe mulțimea convexă AX_0.

ii. Problema formulată se reduce la un program convex (PPC). Cu metrica indusă de normă și $\|Ax - y^M\| \leqslant \|Ax - y\| + \|y - y^M\|$,

luăm $y \in A X_0$, iar $\inf\limits_{x \in X_0} \|Ax - y^M\| \leqslant \inf\limits_{x \in X_0} \|Ax - y\| + \inf\limits_{y \in AX_0} \|y - y^M\| =$

$$= \inf_{y \in AX_0} \|y - y^M\|;$$

rezultă o aproximare pentru y.

iii. Fie $f(y) = \|y - y^M\|$, $y \in AX_0$; mulțimea de minim a lui f este convexă.

Observăm că f este continuă pe compactul AX_0, deci este mărginită și își atinge marginile pe AX_0; mulțimea $Y_0 = \{y \mid y \in A X_0,\ f(y) \leqslant \mu\}$ este o mulțime de nivel, compactă a funcției convexe f și deci mulțimea de minim a lui f este o mulțime convexă [2].

Urmează să se rezolve următoarea problemă:
se determină

$$\min_{y \in AX_0} \|y - y^M\|, \text{ unde } x \in X_0,$$

$$X_0 = \{x \mid a \leqslant x \leqslant b;\ a, b, x \in R^n\}.$$

Fie soluția acestei probleme este $y^* \in AX_0$; atunci x^* este soluția sistemului compatibil (nedeterminat) $Ax = y^*$.

iv. Determinarea lui y^*.

Pentru a obține $y^* \in AX_0$ rezolvăm (PPC):

Se consideră $g(u) = u$, $u \in R$ și $U = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_m \\ u \end{pmatrix}$;

se determină $\min\limits_{u \in U} g(u)$, unde

$$U = \left\{ U \mid y \in AX_0,\ \|y - y^M\| \leqslant u,\ U = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_m \\ u \end{pmatrix} \right\}$$

este o mulțime convexă în R^{m+1}.

Observăm că $g(u) = u$ este funcție liniară și deci își atinge marginile pe frontiera mulțimii convexe U; rezultă de asemenea că dacă $u' \notin U$, atunci $\forall u'' < u'$ implică $u'' \notin U$.

Pentru y^* — care satisface $\|y - y^M\| \leqslant u_{min}$ și $y^* \in A X_0$, urmează să se determine soluția $x^* \in X_0$ cu $a \leqslant x^* \leqslant b$.

v. Determinarea lui x^*.

Fie $rang A = r \leqslant m$ și presupunem că minorul maxim nenul este cel superior stîng; atunci cu metoda Gauss (respectiv — cu pseudoinversa) se determină $x_j = C_{jr+1}x_{r+1} + \ldots + C_{jn}x_n + \beta_j$, $j = \overline{1, r}$.

Deoarece $a \leqslant x \leqslant b$ rezultă că se impune satisfacerea relațiilor

$$a_j \leqslant x_j \leqslant b_j, \; j = \overline{1, r} \text{ adică } a_j \leqslant C_{jr+1}x_{r+1} + \ldots + C_{jn}x_n \; \beta_j \leqslant b_j,$$

$$j \in \overline{1,r}.$$

Rezolvarea ultimului sistem de inecuații presupune determinarea mulțimii punctelor cebișeviene pentru sistemul respectiv de inegalități liniare; aceasta echivalează cu rezolvarea unei probleme de programare liniară.

Observăm că din proprietățile demonstrate rezultă direct metoda de rezolvare a problemei (1).

BIBLIOGRAFIE

1. *R. Duffin*, ș.a., Geometric Programming, Ed. J. Wiley.
2. *H. Rockafellar*, Convex Analysis, Princeton Univ. Press.
2. *W. Rockafellar*, Convex Analysis, Princeton Univ. Press.
3. *C. Bucur, A. Rusu, ș.a.*, Optimum parameter extraction methods for bipolar and MOS transistors, 7th ICCSCS, București, mai 1987.

Une méthode d'approximation des paramètres indirectement accessibles

Les auteurs proposent une méthode d'approximation des paramètres pour les transistors bipolaires ou MOS. La dépendence spécifique est exprimée comme un opérateur; sont presentées aussi les propriétés d'opérateur défini, qui conduisent à la déduction d'un algorithme d'approximation des paramètres.

C.Z.: 517.63

ON THE DUAL OPERATOR NODES ON COMPLEX BANACH SPACES

ELENA DECIU *

In this paper, we considered the notion of a dual operator node on complex Banach spaces introduced in 1986 by Professor H. Bart from Erasmus University Rotterdam, as a generalization of the notion of an adjoint operator node on complex Hilbert spaces [3], and we studied the transfer functions, the multiplication, the Möbius transforms of the dual operator nodes and, as special nodes, the dual monic nodes.

This paper has been communicated at the Scientific Session of the Mathematical Faculty of the University of Bucharest, May 25—30, 1987.

1. Dual Banach Spaces and Dual Operators

In this paper, we shall deal with complex Banach spaces and with linear continuous operators acting on these spaces, called, in short „operators".

If $\mathfrak{X}$ and $\mathfrak{Y}$ are Banach spaces, we shall denote by $B(\mathfrak{X}, \mathfrak{Y})$ the Banach space of operators $T: \mathfrak{X} \to \mathfrak{Y}$, endowed with sup-norm.

If $\mathfrak{X} = \mathfrak{Y}$, we shall denote the Banach algebra $B(\mathfrak{X}, \mathfrak{X})$ by $B(\mathfrak{X})$.

If $\mathfrak{Y} = \mathbb{C}$, the field of the complex numbers, we shall denote the Banach space $B(\mathfrak{X}, \mathbb{C})$ by $\mathfrak{X}'$. The space $\mathfrak{X}'$ is called the dual space of $\mathfrak{X}$.

If $\mathfrak{X}$ is a Hilbert space, it may be identified with its dual space $\mathfrak{X}'$. Namely, to a vector $y \in \mathfrak{X}$ one associates the functional $Y \in \mathfrak{X}'$, defined by:

$$Y(x) = (x, y), \quad \text{for} \quad x \in \mathfrak{X} \tag{1.1}$$

If $\mathfrak{X}$ and $\mathfrak{Y}$ are Banach spaces and $\mathfrak{X}'$ and $\mathfrak{Y}'$ are their dual spaces, then to each operator $T \in B(\mathfrak{X}, \mathfrak{Y})$ one associates an operator $T' \in B(\mathfrak{Y}', \mathfrak{X}')$ called the dual operator of T and defined by:

$$T' Y = Y T, \quad \text{for} \quad Y \in \mathfrak{Y}' \tag{1.2}$$

* Lecturer, Mathematics Dept.

If $\mathfrak{X}$ and $\mathfrak{Y}$ are Hilbert spaces, then to each operator $T \in B(\mathfrak{X}, \mathfrak{Y})$ one associates also the operator $T^* \in B(\mathfrak{Y}, \mathfrak{X})$ called the adjoint operator of T and defined by:

$$(T^*y,\ x) = (y,\ Tx), \quad \text{for } x \in \mathfrak{X},\ y \in \mathfrak{Y} \tag{1.3}$$

But, to the operator T one associates also the dual operator $T' \in B(\mathfrak{Y}', \mathfrak{X}')$, defined by (1.2).

Because of the identifications $\mathfrak{X}' \leftrightarrow \mathfrak{X}'$ and $\mathfrak{Y}' \leftrightarrow \mathfrak{Y}$ one may be done also the identification $T' \leftrightarrow T^*$, more precisely,

$$\text{if} \quad Y \leftrightarrow y, \qquad \text{then} \quad T'\,Y \leftrightarrow T^*y \tag{1.4}$$

Indeed, let $F^1 : \mathfrak{X} \to \mathfrak{X}'$ and $F^2 : \mathfrak{Y} \to \mathfrak{Y}'$ be the isomorphisms given by (1.1) and let us put, for instance, $Y = F^2_y$. Then, the relation:

$$(Tx, y) = (x,\ T^*y), \quad \text{for } x \in \mathfrak{X}, y \in \mathfrak{Y} \tag{1.5}$$

says us that the functionals

$$F^1_{T^*y} : x \mapsto (x\ ,\ T^*y) \quad \text{and} \quad F^2_y\ T : x \mapsto (Tx, y) \tag{1.6}$$

coincides:

$$F^1_{T^*y} = F^2_y T = YT = T'Y \tag{1.7}$$

Thus, we have that:

$$T'Y \leftrightarrow T^*y, \quad \text{when} \quad Y \leftrightarrow y. \tag{1.8}$$

By virtue of these identifications, we put, for Hilbert spaces:

$$\mathfrak{X}' = \mathfrak{X}, \quad \mathfrak{Y}' = \mathfrak{Y}, \quad T' = T^* \tag{1.9}$$

Let us return to the general case of Banach spaces. The correspondence which associates to an operator $T \in B(\mathfrak{X}, \mathfrak{Y})$ its dual operator $T' \in B(\mathfrak{Y}', \mathfrak{X}')$ has some properties. We have the following

Proposition 1.1. Let $\mathfrak{X}$, $\mathfrak{Y}$ and $\mathfrak{Z}$ be Banach spaces.

(i) *If $A,\ B \in B(\mathfrak{X}, \mathfrak{Y})$, then,*

$$(A + B)' = A' + B' \tag{1.10}$$

(ii) *If $A \in B(\mathfrak{X}, \mathfrak{Y})$ and $\lambda \in \mathbb{C}$, then,*

$$(\lambda A)' = \lambda A' \tag{1.11}$$

(iii) *If* $A \in B(\mathcal{Y}, \mathcal{Z})$ *and* $B \in B(\mathcal{X}, \mathcal{Y})$, *then*,

$$(AB)' = B'A' \tag{1.12}$$

(iv) *If* $O_{\mathcal{X}}$, $I_{\mathcal{X}} \in B(\mathcal{X})$ *and* $O_{\mathcal{X}'}$, $I_{\mathcal{X}'} \in B(\mathcal{X}')$ *are the null and identity operators, then,*

$$(O_{\mathcal{X}})' = O_{\mathcal{X}'} \qquad \text{and} \qquad (I_{\mathcal{X}})' = I_{\mathcal{X}'} \tag{1.13}$$

(v) *If* $A \in B(\mathcal{X})$ *and* $n \in \mathbb{N}$, *then*,

$$(A^n)' = (A')^n \tag{1.14}$$

(vi) *If* $A \in B(\mathcal{X}, \mathcal{Y})$ *and there exists* $A^{-1} \in B(\mathcal{Y}, \mathcal{X})$, *then*, A' *is invertible and*

$$(A')^{-1} = (A^{-1})' \tag{1.15}$$

(vii) *If* $\mathcal{X} = \mathcal{X}_1 \oplus \mathcal{X}_2$, *where* $\mathcal{X}_i$, $i = 1, 2$, *are Banach spaces, then*,

$$(\mathcal{X}_1 \oplus \mathcal{X}_2)' = \mathcal{X}_1' \oplus \mathcal{X}_2' \tag{1.16}$$

and if $A \in B(\mathcal{X}_1 \oplus \mathcal{X}_2)$ *has the matrix representation*:

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \tag{1.17}$$

with $A_{ij} \in B(\mathcal{X}_j, \mathcal{X}_i)$, $i, j = 1, 2$, *then*,

$$A' = \begin{bmatrix} A_{11}' & A_{21}' \\ A_{12}' & A_{22}' \end{bmatrix} \tag{1.18}$$

The proofs of these assertions are immediate consequences of the definition relation (1.2).

2. Dual Operators Nodes on Complex Banach Spaces

By an operator node, in short, „node", one means [1] a system

$$\theta = (A, B, C, D; \mathcal{X}, \mathcal{U}, \mathcal{Y}) \tag{2.1}$$

of three complex Banach spaces $\mathcal{X}$, $\mathcal{U}$, $\mathcal{Y}$ and four linear continuous operators

$$A : \mathcal{X} \to \mathcal{X}, \quad B : \mathcal{U} \to \mathcal{X}, \quad C : \mathcal{X} \to \mathcal{Y}, \quad D : \mathcal{U} \to \mathcal{Y} \tag{2.2}$$

The spaces $\mathfrak{X}$, $\mathfrak{U}$, $\mathfrak{Y}$ are called the state space, the input space and the output space of θ, respectively.

The notion of a dual operator node has been introduced in 1986 by Professor H. Bart from Erasmus University Rotterdam.

Let $\mathfrak{X}'$, $\mathfrak{U}'$, $\mathfrak{Y}'$ be the dual spaces of the Banach spaces $\mathfrak{X}$, $\mathfrak{U}$, $\mathfrak{Y}$ and let

$$A' : \mathfrak{X}' \to \mathfrak{X}', \quad B' : \mathfrak{X}' \to \mathfrak{U}', \quad C' : \mathfrak{Y}' \to \mathfrak{X}', \quad D' : \mathfrak{Y}' \to \mathfrak{U}' \tag{2.3}$$

be the dual operators of the operators A, B, C, D, respectively. The operator node

$$\theta' = (A', C', B', D'; \mathfrak{X}', \mathfrak{Y}', \mathfrak{U}') \tag{2.4}$$

is called the dual node of the operator node θ.

If the Banach spaces $\mathfrak{X}$, $\mathfrak{U}$, $\mathfrak{Y}$ are Hilbert spaces, then, one associates [3] also to the node θ, the adjoint node

$$\theta^* = (A^*, C^*, B^*, D^*; \mathfrak{X}, \mathfrak{Y}, \mathfrak{U}) \tag{2.5}$$

where A^*, B^*, C^*, D^* are the adjoint operators of the operators A, B, C, D, respectively.

By virtue of the identifications (1.9) for Hilbert spaces, one may put:

$$\mathfrak{X}' = \mathfrak{X}, \quad \mathfrak{U}' = \mathfrak{U}, \quad \mathfrak{Y}' = \mathfrak{Y} \tag{2.6}$$

$$A' = A^*, \quad B' = B^*, \quad C' = C^*, \quad D' = D^* \tag{2.7}$$

and, thus, we obtained the identification

$$\theta' = \theta^* \tag{2.8}$$

which confirms the fact that, in the context of the Hilbert spaces, the notion of a dual operator node coincides with the notion of an adjoint operator node of a given operator node θ.

Two operator nodes on complex Banach spaces

$$\theta_1 = (A_1, B_1, C_1, D_1; \mathfrak{X}_1, \mathfrak{U}, \mathfrak{Y}), \quad \theta_2 = (A_2, B_2, C_2, D_2; \mathfrak{X}_2, \mathfrak{U}, \mathfrak{Y}) \tag{2.9}$$

are said [1] to be similar, written:

$$\theta_1 \overset{S}{\simeq} \theta_2 \tag{2.10}$$

if : 1°. $D_1 = D_2$, 2° there exists an invertible linear continuous operator $S : \mathfrak{X}_1 \to \mathfrak{X}_2$, called a node similarity, such that:

$$SA_1 = A_2 S, \quad B_2 = SB_1, \quad C_1 = C_2 S \tag{2.11}$$

We have the following

Proposition 2.1. If $\theta_1 \overset{S}{\simeq} \theta_2$, *then,* $\theta_2' \overset{S'}{\simeq} \theta_1'$, *where* S' *is the dual operator of* S.

Proof. By virtue of Proposition 1.1 (iii), we have from (2.11):

$$A_1'S' = S'A_2', \quad B_2' = B_1'S', \quad C_1' = S'C_2' \tag{2.12}$$

Thus, $\theta_2' \overset{S'}{\simeq} \theta_1'$. Q.E.D.

The transfer function W_θ of an operator node θ is defined by the expression:

$$W_\theta(\lambda) = D + C(\lambda I - A)^{-1} B, \quad \lambda \in \rho(A) \tag{2.13}$$

where $\rho(A)$ is the resolvent set of A. We have the following

Proposition 2.2. Between the transfer function of a node θ *and the transfer function of its dual node* θ', *there exists the relation*:

$$W_{\theta'}(\lambda) = (W_\theta(\lambda))', \qquad \lambda \in \rho(A) \tag{2.14}$$

Proof. Let us remark that: $\rho(A) \subset \rho(A')$. Indeed, by Proposition 1.1 (i), (ii), (iv), (vi), we have, for, $\lambda \in \rho(A)$,

$$(\lambda I - A')^{-1} = [(\lambda I - A)']^{-1} = [(\lambda I - A)^{-1}]' \tag{2.15}$$

Thus, $\lambda \in \rho(A')$. On the other part, by the same Proposition 1.1 (i) — (iv), (vi), we have from (2.13) and (2.15):

$$(W_\theta(\lambda))' = D' + B'[(\lambda I - A)^{-1}]' \; C' = D' + B'(\lambda I - A')^{-1} C' = \\ = W_{\theta'}(\lambda) \tag{2.16}$$

Thus, we obtained the relation (2.14) Q.E.D.

Let us consider two operator nodes

$$\theta_1 = (A_1, B_1, C_1, D_1; \mathfrak{X}_1, \mathfrak{V}, \mathfrak{Y}), \quad \theta_2 = (A_2, B_2, C_2, D_2; \mathfrak{X}_2, \mathfrak{U}, \mathfrak{V}) \tag{2.17}$$

such that the output space of θ_2 coincides with the input space of θ_1. We define [1] the product of θ_1 and θ_2, denoted by $\theta_1\theta_2$, as being the node

$$\theta = (A, B, C, D; \mathfrak{X}, \mathfrak{U}, \mathfrak{Y}), \quad \text{with} \quad \mathfrak{X} = \mathfrak{X}_1 \oplus \mathfrak{X}_2, \tag{2.18}$$

$$A = \begin{bmatrix} A_1 & B_1C_2 \\ 0 & A_2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} B_1D_2 \\ B_2 \end{bmatrix}, \quad C = (C_1, D_1C_2), \; D = D_1D_2 \tag{2.19}$$

We have the following

Proposition 2.3. Apart from the natural identification of $\mathfrak{X}_1 \oplus \mathfrak{X}_2$ *and* $\mathfrak{X}_2 \oplus \mathfrak{X}_1$, *we have the relation*:

$$(\theta_1\theta_2)' = \theta_2'\theta_1' \tag{2.20}$$

Proof. By Proposition 1.1 (iii), (iv), (vii), we have from (2.19):

$$A' = \begin{bmatrix} A_1' & 0 \\ C_2'B_1' & A_2' \end{bmatrix}, \quad B' = (D_2'B_1', B_2'), \quad C' = \begin{bmatrix} C_1' \\ C_2'D_1' \end{bmatrix}, \quad D' = D_2'D_1' \tag{2.21}$$

Thus, we have (2.20), with the natural identification $\mathfrak{X}_1 \oplus \mathfrak{X}_2 \leftrightarrow$ $\leftrightarrow \mathfrak{X}_2 \oplus \mathfrak{X}_1$ given by the correspondence $x_1 \oplus x_2 \leftrightarrow x_2 \oplus x_1$, for $x_1 \in \mathbf{X}_1$ and $x_2 \in \mathfrak{X}_2$. Q.E.D.

Let $\theta = (A, B, C, D; \mathfrak{X}, \mathfrak{U}, \mathfrak{Y})$ be an operator node with invertible external operator D. The node

$$\theta^{\times} = (A^{\times}, B^{\times}, C^{\times}, D^{\times}, ; \quad \mathfrak{X}, \mathfrak{Y}, \mathfrak{U}) \tag{2.22}$$

with the operators:

$$A^{\times} = A - BD^{-1}C, \quad B^{\times} = BD^{-1}, \quad C^{\times} = -D^{-1}C, \quad D^{\times} = D^{-1} \tag{2.23}$$

is called [1] the associate node of θ. We have the following

Proposition 2.4. There exists the node similarity:

$$(\theta')^{\times} \simeq (\theta^{\times})' \tag{2.24}$$

and the relation:

$$(A')^{\times} = (A^{\times})' \tag{2.25}$$

Proof. By virtue of Proposition 1.1 (i) — (iii), (vi), we have from (2.23):

$$(A^{\times})' = A' - C'(D')^{-1}B', \qquad (B^{\times})' = (D')^{-1}B',$$

$$(C^{\times})' = -C'(D')^{-1}, \qquad (D^{\times})' = (D')^{-1} \tag{2.26}$$

On the other part,

$$(A')^{\times} = A' - C'(D')^{-1}B', \quad (B')^{\times} = C'(D')^{-1}$$

$$(C')^{\times} = -(D')^{-1}B', \qquad (D')^{\times} = (D')^{-1} \tag{2.27}$$

Thus, we obtained the similarity: $(\theta')^{\times} \overset{-I}{\simeq} (\theta^{\times})'$ and the relation (2.25). Q.E.D.

Let $\mathbb{C}_\infty = \mathbb{C} \cup \{\infty\}$ be the Riemann sphere. Let $\varphi : \mathbb{C}_\infty \to \mathbb{C}_\infty$ be a Möbius transformation

$$\varphi(\lambda) = \frac{p\lambda + q}{r\lambda + s} \tag{2.28}$$

where p, q, r, s are complex numbers and the determinant $\Delta = ps - rq \neq \neq 0$. Let us denote by $\theta = (A, B, C, D; \mathfrak{X}, \mathfrak{Y})$ a node for which $\mathfrak{U} = \mathfrak{Y}$. Let us suppose that the operator $T = pI - rA$ is invertible. One associates to the node θ and to the transformation φ, the operator node:

$$\theta_\varphi = (-(qI - sA)T^{-1}, T^{-1}B, (ps - rq)CT^{-1}, D + rCT^{-1}B; \mathfrak{X}, \mathfrak{Y}) \tag{2.29}$$

Between the transfer functions of θ and θ_φ, there exists [1] the relation:

$$W_{\theta_\varphi}(\lambda) = W_\theta(\varphi(\lambda)) \tag{2.30}$$

We have the following

Proposition 2.5. There exists the similarity:

$$(\theta_\varphi)' \overset{S}{\simeq} (\theta')_\varphi \tag{2.31}$$

by the node similarity: $S = \Delta^{-1} I$.

Proof. By (2.29) we have:

$$(\theta')_\varphi = (-(qI - sA')(T')^{-1}, (T')^{-1}C', (ps - rq)B'(T')^{-1},$$

$$D' + rB'(T')^{-1}C'; \mathfrak{X}, \mathfrak{Y}),$$

$$(\theta_\varphi)' = (-(T')^{-1}(qI - sA'), (ps - rq)(T')^{-1}C', B'(T')^{-1},$$

$$D' + rB'(T')^{-1}C'; \mathfrak{X}, \mathfrak{Y})$$

Let us put: $S = \Delta^{-1}I$. Thus, we obtained (2.31). Q.E.D.

We have the following

Theorem 2.6. Let $\theta = (A, B, C, D; \mathfrak{X}, \mathfrak{Y})$ *be an operator node and let* $\varphi : \mathbb{C}_\infty \to \mathbb{C}_\infty$ *be a Möbius transformation. Let us suppose that the operator* $T = pI - rA$ *is invertible. Let* θ_φ *be the operator node* (2.29). *Let* θ' *be the dual node of* θ. *Then, about the transfer functions, we have the relation:*

$$W_{(\theta_\varphi)'}(\lambda) = W_{\theta'}(\varphi(\lambda)) \tag{2.32}$$

Proof. By Proposition 2.5, by the relation (2.30) applied to θ' and by the fact that two similar nodes have the same transfer function, we obtained:

$$W_{(\theta_\varphi)'}(\lambda) = W_{(\theta')_\varphi}(\lambda) = W_{\theta'}(\varphi(\lambda)) \tag{2.33}$$

Thus, we have the relation (2.32). Q.E.D.

3. Dual Monic Nodes

A node $\theta = (A, B, C, D; \mathfrak{X}, \mathfrak{U}, \mathfrak{Y})$ for which the Banach spaces $\mathfrak{U}$ and $\mathfrak{Y}$ coincides, is denoted, in short, $\theta = (A, B, C, D; \mathfrak{X}, \mathfrak{Y})$. If the external operator $D = 0$, then a node of the form $\theta = (T, R, Q, 0; \mathfrak{X}, \mathfrak{Y})$ is denoted, in short, $\theta = (T, R, Q; \mathfrak{X}, \mathfrak{Y})$. Such a node $\theta = (T, R, Q; \mathfrak{X}, \mathfrak{Y})$ with the operators:

$$T : \mathfrak{X} \to \mathfrak{X}, \quad R : \mathfrak{Y} \to \mathfrak{X}, \quad Q : \mathfrak{X} \to \mathfrak{Y} \tag{3.1}$$

is called [1] a monic node, if there exists a natural number l, called the degree of θ, such that the operator $\operatorname{col}(Q\,T^{i-1})_{i=1}^{l} : \mathfrak{X} \to \mathfrak{Y}^l$, is invertible and has the inverse:

$$[\operatorname{col}(QT^{i-1})_{i=1}^{l}]^{-1} = \operatorname{row}(U_{i-1})_{i=1}^{l}, \quad \text{with } U_{l-1} = R \tag{3.2}$$

One proves that, in this case, there exists also the operator

$$[\operatorname{row}(T^{l-i}R)_{i=1}^{l}]^{-1} = \operatorname{col}(V_{l-i})_{i=1}^{l}, \quad \text{with } V_{l-1} = Q \tag{3.3}$$

We have the following

Proposition 3.1. Let $\theta = (T, R, Q; \mathfrak{X}, \mathfrak{Y})$ *be a monic node of degree* l. *Then, its dual node* $\theta' = (T', Q', R'; \mathfrak{X}', \mathfrak{Y}')$ *is a monic node of the same degree* l.

Proof. Taking the dual operators in (3.3), we have, by Proposition 1.1,

$$[\operatorname{col}(R'\,T'^{l-i})_{i=1}^{l}]^{-1} = \operatorname{row}(V'_{l-i})_{i=1}^{l}, \quad \text{with } V'_{l-1} = Q' \tag{3.4}$$

and let us put: $l - i = i' - 1$, with $i = 1, \ldots, l$ and $i' = l, \ldots, 1$. Thus, by (3.2), θ' is a monic node of degree l. Q.E.D.

Let $A_i \in B(\mathfrak{Y})$, $i = 0, 1, \ldots, l-1$, be given operators to which one associates the operator polynomials:

$$L(\lambda) = \lambda^l I - \sum_{i=0}^{l-1} \lambda^i A_i \quad \text{and} \quad L'(\lambda) = \lambda^l I - \sum_{i=0}^{l-1} \lambda^i A'_i \tag{3.5}$$

where A'_i are the dual operators of A_i. The operators

$$C_{1,L} = \left(\begin{array}{c|c} 0 & I \cdots 0 \\ \vdots & \vdots \;\ddots\; \vdots \\ 0 & 0 \cdots I \\ \hline A_0 & A_1 \cdots A_{l-1} \end{array}\right) \quad \text{and} \quad C_{2,L} = \left(\begin{array}{c|c} 0 \cdots 0 & A_0 \\ \hline I \cdots 0 & A_1 \\ \vdots \;\ddots\; \vdots & \vdots \\ 0 \cdots I & A_{l-1} \end{array}\right)$$

are called the first and the second companion operator associated with the polynomial L. We have immediately the

Proposition 3.2. There exists the relations:

$$C'_{2,L} = C_{1,L'} \quad \text{and} \quad C'_{1,L} = C_{2,L'} \tag{5.7}$$

The operator nodes

$$\text{comp}_{1,L} = (C_{1,L},\ \text{col}\ (\delta_{il} I)_{i=1}^{l},\ \text{row}\ (\delta_{i1} I)_{i=1}^{l};\ \mathcal{Y}^l, \mathcal{Y}) \tag{3.8}$$

$$\text{comp}_{2,L} = (C_{2,L},\ \text{col}\ (\delta_{i1} I)_{i=1}^{l},\ \text{row}\ (\delta_{il} I)_{i=1}^{l};\ \mathcal{Y}^l, \mathcal{Y}) \tag{3.9}$$

are called the first and the second companion node associated with the operator polynomial L. We have the following

Proposition 3.3. There exists the relations:

$$\text{comp}'_{1,L} = \text{comp}_{2,L'} \text{ and } \text{comp}'_{2,L} = \text{comp}_{1,L'} \tag{3.10}$$

Proof. By Proposition 3.2, we have:

$$\text{comp}'_{1,L} = (C'_{1,L}[\text{row}\ (\delta_{i1} I)_{i=1}^{l}]',\ [\text{col}\ (\delta_{il} I)_{i=1}^{l}]';\ \mathcal{Y}'^l, \mathcal{Y}') =$$

$$= (C_{2,L'},\ \text{col}\ (\delta_{i1} I)_{i=1}^{l},\ \text{row}\ (\delta_{il} I)_{i=1}^{l};\ \mathcal{Y}'^l, \mathcal{Y}') = \text{com}\, p_{2,L'}$$

In a similar way, one obtains the other relation (3.10). Q.E.D.

Let $\theta = (T, R, Q; \mathcal{X}, \mathcal{Y})$ be a monic node of degree l. One associates to it the operator polynomials:

$$L_\theta(\lambda) = \lambda^l I - \sum_{i=0}^{l-1} \lambda^i Q T^l U_i = \lambda^l I - \sum_{i=0}^{l-1} \lambda^i V_i T^l R \tag{3.11}$$

$$L_{\theta'}(\lambda) = \lambda^l \mathrm{I} - \sum_{i=0}^{l-1} \lambda^i U'_i T'^l Q' = \lambda^l I - \sum_{i=0}^{l-1} \lambda^i R' T'^l V'_i \tag{3.12}$$

We have immediately the following

Proposition 3.4. There exists the relation

$$L_{\theta'}(\lambda) = [L_\theta(\lambda)]', \qquad \lambda \in \mathbb{C} \tag{3.13}$$

We have also the

Proposition 3.5. There exists the relations

(i) $$C'_{2,L_\theta} = C_{1,L_{\theta'}} \text{ and } C'_{1,L_\theta} = C_{2,L_{\theta'}} \tag{3.14}$$

(ii) $$\text{comp}'_{1,L_\theta} = \text{comp}_{2,L_{\theta'}} \text{ and } \text{comp}'_{2,L_\theta} = \text{comp}_{1,L_{\theta'}} \tag{3.15}$$

Proof. (i) By Propositions 3.2 and 3.4, we have :

$$C'_{2,\,L_\theta} = C_{1,\,(L_\theta)'} = C_{1,\,L_\theta} \text{ and } C'_{1,\,L_\theta} = C_{2,\,(L_\theta)'} = C_{2,\,L_{\theta'}}$$

(ii) By Propositions 3.3 — 3.4, we have also :

$$\text{comp}'_{1,\,L_\theta} = \text{comp}_{2,\,L'_\theta} = \text{comp}_{2,\,L_{\theta'}}$$

and, in a similar way, the other relation (3.15).. Q.E.D.

We have the following :

Theorem 3.6. Let θ *be a monic node of degree* l *. Let* θ' *be its dual node. Then, there exists the similarities* :

$$\theta' \simeq \text{comp}_{1,\,L_{\theta'}} \text{ and } \theta' \simeq \text{comp}_{2,\,L_{\theta'}} \tag{3.16}$$

Proof. One knows [1] the relations :

$$\theta \simeq \text{com p}_{1,\,L_\theta} \text{ and } \theta \simeq \text{comp}_{2,\,L_\theta} \tag{3.17}$$

By Propositions 2.1 and 3.5 (ii), we have :

$$\theta' \simeq \text{comp}'_{1,\,L_\theta} \text{ and } \text{comp}'_{1,\,L_\theta} = \text{comp}_{2,\,L_{\theta'}} \tag{3.18}$$

taking into account that the similarity relation „$\simeq$" is an equivalence relation.

In a similar way, one obtains the other relation (3.16). Q.E.D.

Let us remark that there exists a connection between the operator nodes' theory and the liniar systems, theory, with applications to the electrical networks' study [2] — [4].

REFERENCES

1. *H. Bart, I. Gohberg, M. A. Kaashoek*, Minimal factorization of matrix and operator functions, Operator Theory : Advances and Applications, Vol. 1, Birkhäuser Verlag, Basel, 1979.
2. *H. Bart*, Transfer functions and operator theory, Erasmus University Rotterdam, Report 8543/B, 1985.
3. *E. Deciu*, Buletin I.P.B., Seria Automatică, TOM XLV, 1983, 12—18.
4. *A. C. M. Ran*, Semidefinite Invariant Subspaces ; Stability and Applications, Ph. D. Thesis, Vrije Universiteit, Amsterdam, 1984.

Asupra nodurilor operatoriale duale pe spații Banach complexe

În această lucrare, este considerată noțiunea de nod operatorial dual în contextul spațiilor Banach complexe, introdusă în 1986 de Profesorul H. Bart de la Universitatea din Rotterdam, ca o generalizare a noțiunii de nod operatorial adjunct din contextul spațiilor Hilbert complexe [3]. Sînt studiate funcțiile de transfer, multiplicarea, transformările Möbius pentru nodurile operatoriale duale și, ca noduri speciale, nodurile monice duale.

Această lucrare a fost comunicată la Sesiunea științifică a Facultății de Matematică a Universității din București, din 25—30 mai 1987.

C. Z.: 681.2.081

PROGRESE RECENTE ÎN STABILIREA ETALOANELOR PENTRU UNITĂȚILE DE LUNGIME, TENSIUNE ELECTRICĂ, REZISTENȚĂ ELECTRICĂ ȘI TEMPERATURĂ

GABRIELA CONE*

Se prezintă realizările recente în stabilirea etaloanelor pentru unitățile de lungime, tensiune electrică, rezistență electrică și temperatură în conformitate cu recomandările CGMG bazate pe cele mai noi evaluări ale constantelor fizice fundamentale.

Introducere

Confom definiției date la a 11-a Conferință Generală de Măsuri și Greutăți din 1960, Sistemul Internațional de Unități (SI), care este un sistem de unități practic, coerent, simplu și rațional structurat, cu aplicabilitate în toate domeniile de activitate, cuprinde trei clase de unități de măsură: unități fundamentale, unități suplimentare și unități derivate.

Sistemul internațional de unități are la bază șapte unități fundamentale, care sînt unități de măsură pentru cele șapte mărimi fundamentale: lungimea, masa, timpul, intensitatea curentului electric, temperatura termodinamică, cantitatea de substanță și intensitatea luminoasă, considerate independente unele față de altele din punct de vedere dimensional.

În STAS 737/1-82 sînt prezentate unitățile SI fundamentale cu definițiile lor.

Unitățile SI suplimentare sînt unități de măsură care, împreună cu unitățile SI fundamentele sînt utilizate la definirea unor unități SI derivate.

Comitetul Internațional de Măsuri și greutăți (CIPM) a hotărît în anul 1980 să interpreteze clasa unităților SI suplimentare ca o clasă de unități derivate adimensionale pentru care Conferința Generală de Măsuri și Greutăți lasă libertatea de a fi utilizate sau nu în expresiile unităților SI derivate.

În STAS 737/1-82 sînt prezentate unitățile SI suplimentare cu definițiile lor, iar în STAS 737/2-82 sînt prezentate unitățile SI derivate adoptate de Conferința Generală de Măsuri și Greutăți.

Periodic, Comitetul Internațional de Greutăți și Măsuri recomandă etaloanele pentru unitățile mărimilor fizice, care să fie compatibile cu dezvoltarea tehnicii măsurării la momentul respectiv, respectînd condițiile de a fi invariabile în timp și față de acțiunea factorilor din mediul ambiant, să poată fi folosite ușor în practică și multiplicate relativ simplu.

* Șef lucrări dr., catedra Fizică

În cele ce urmează ne vom ocupa cu etaloanele recomandate de Comitetul Internațional de Greutăți și Măsuri pentru metru (unitatea de lungime), volt (unitatea de tensiune electrică), ohm (unitatea de rezistență electrică) și kelvin (unitatea de temperatură) care vizează ultimele descoperiri în fizică și cuceriri ale tehnicii.

1. Etaloane pentru unitatea de măsură a lungimii : metrul

Conform definiției adoptate la cea de-a 17-a Conferință Generală de Măsuri și Greutăți (CGMP) din 1983 metrul se definește ca fiind „lungimea egală cu distanța parcursă de lumină în vid într-un interval de timp egal cu (1/299.792.458) secunde".

Noua definiție a metrului în funcție de viteza luminii stabilește că viteza luminii este o constantă exactă dar nu stabilește definitiv modul de realizare a etalonului (nu asigură că un anumit tip de laser permite construirea lungimii standard optime). Definiția metrului este conceptuală și mai puțin operațională. Realizarea practică a standardelor în această reprezentare este prezentată sub forma condițiilor de funcționare a diferitelor tipuri de laseri în care lungimea de undă a radiației laser reproduce metrul cu o anumită incertitudine.

În Recomandarea 1 (CI—1983) adoptată în 1983 de CIPM se precizează modul de aplicare în practică a definiției metrului, adică se recomandă următoarele moduri de a realiza etalonul unității de lungime.

a) cu ajutorul lungimii l a drumului parcurs în vid de o undă electromagnetică plană în intervalul de timp t. Această lungime se obține măsurînd durata t și folosind relația $l = ct$ cu valoarea vitezei luminii în vid $c = 299.792.458\ \mathrm{ms}^{-1}$.

b) cu ajutorul lungimii de undă în vid λ_0 a unei unde electromagnetice plane cu frecvența f. Această lungime de undă se obține măsurînd frecvența și folosind relația $\lambda = \frac{c}{f}$ cu valoarea vitezei luminii în vid $c = 299.792.458\ \mathrm{ms}^{-1}$.

c) cu ajutorul uneia din radiațiile prezentate în cele ce urmează. Pentru aceste radiații se poate utiliza valoarea lungimii de undă în vid sau frecvența cu incertitudinea indicată.

În toate cazurile se aplică corecțiile necesare pentru a ține cont de condițiile reale cum sînt difracția, gravitația sau imperfecțiunea vidului.

Radiațiile recomandate

a) *Radiații laser ce produc linii de absorbție saturate*

a.1 Molecula absorbantă CH_4, tranziția ν_3, $P(7)$, componenta T_2 [2].

Frecvența : $f = 88.376.181,\ 608$ MHz

Lungimea de undă în vid : $\lambda = 3.392.231.397,\ 0$ fm cu o incertitudine relativă totală de $\pm 1{,}3 \cdot 10^{-10}$.

Modul de obținere : radiația emisă de un laser cu He—Ne traversează o celulă de metan așezată în interiorul sau exteriorul cavității laser. În celulă trebuie menținute condițiile

— presiunea metanului $\leqslant 3$Pa;

— densitatea superficială de putere *) medie de-a lungul direcției de propagare a fasciculului laser, într-un singur sens, în cavitate $\leqslant 10^4$ w/m^2;

— raza de curbură a suprafeței de undă $\geqslant 1$ m;

— diferența relativă de putere între două unde care se propagă în sensuri opuse $\leqslant 5\%$.

a.2. Molecula absorbantă $^{127}I_2$, tranziția 17—1, P(62), componenta Ω.

Frecvența : 520 206 808,51 MHz

Lungimea de undă în vid : $\lambda = 576\,294\,760{,}27$ fm.

cu o incertitudine relativă globală de $\pm 6 \cdot 10^{-10}$.

Modul de obținere : radiația emisă de un laser cu colorant (sau radiația emisă de un laser cu He—Ne și dublînd frecvența) traversează o celulă cu iod așezată în interiorul sau în exteriorul cavității laser și avînd un punct rece la temperatura de 6°C ± 2°C.

a.3. Molecula absorbantă $^{127}I_2$, tranziția 11—5, *R*(127), componenta *i*.

Frecvența : 473 612 214,8 MHz.

Lungimea de undă în vid : $\lambda = 632\,991\,398{,}1$ fm. cu o incertitudine relativă globală de $\pm 1 \cdot 10^{-9}$.

Modul de obținere : radiația emisă de un laser cu He—Ne traversează o celulă cu iod așezată în interiorul cavității laser. În celulă trebuie menținute condițiile :

— temperatura pereților celulei cuprinsă între 16°C și 50°C cu un punct rece la 15°C ± 1°C;

— puterea medie transportată de fascicul într-un singur sens, în interiorul cavității 15 mW ± 10 mW;

— amplitudinea de modulație a frecvenței 6 MHz ± 1 MHz.

a.4. Molecula absorbantă $^{127}I_2$, tranziția 9—2, R(47), componenta Ω.

Frecvența : $f = 489\,880\,355{,}1$ MHz

Lungimea de undă în vid : $\lambda = 611\,970\,769{,}8$ fm, cu o incertitudine relativă globală de $\pm 1{,}1 \cdot 10^{-9}$.

Modul de obținere : radiația emisă de un laser cu He—Ne traversează o celulă cu iod, așezată în interiorul sau în exteriorul cavității laser, avînd un punct rece la temperatura — 5°C ± 2°C.

a.5. Molecula absorbantă $^{127}I_2$, tranziția 43—0, *P*(13), componenta *s*.

Frecvența : $f = 582\,490\,603{,}6$ MHz;

Lungimea de undă în vid : $\lambda = 514\,673\,466{,}2$ fm cu o incertitudine relativă globală de $\pm 1{,}3 \cdot 10^{-8}$.

Modul de obținere : radiația emisă de un laser cu Ar^+ traversează o celulă de iod, aflată în interiorul sau în exteriorul cavității laser și avînd un punct rece la temperatura de — 5°C ± 2°C.

b) *Radiații emise de lămpi spectrale*

b.1. Radiația corespunzătoare tranziției între nivelele $2p_{10}$ și $5d_5$ a atomului de ^{86}Kr.

Lungimea de undă în vid : $\lambda = 605\,780\,210$ fm, cu incertitudinea relativă globală de $\pm 4 \cdot 10^{-9}$.

Condițiile de obținere sînt cele recomandate de CIPM la a 49-a sesiune din 1960.

---

* Puterea transportată de fascicul, într-un singur sens, în interiorul cavității, se obține împărțind puterea de ieșire prin factorul de transmisie al oglinzii de ieșire

b.2. Radiațiile atomilor de ^{198}Hg și ^{114}Cd recomandate la CIPM la a 52-a sesiune din 1963.

Oricare din aceste radiații pot fi înlocuite, fără a pierde din exactitate, printr-o altă radiație, dacă se cunoaște cu o precizie suficientă diferența între frecvența radiației considerate și frecvența uneia din radiațiile recomandate.

Este interesantă evoluția incertitudinii relative în reproducerea etalonului metrului odată cu perfecționarea acestuia. În tabelul 1 este prezentată această situație.

Tabelul 1

Etalonul	Încertitudinea relativă
Meridianul terestru	10^{-4}
Lungimea de undă a radiației ^{86}Kr	10^{-8}
Frecvența laserilor stabilizați	10^{-14}

2. Etaloanele mărimilor electrice

Pentru mărimile electrice, mărimea fundamentală este intensitatea curentului. Unitatea de măsură a intensității curentului este amperul, definit de CIPM din 1946, ca fiind egal cu intensitatea unui curent electric constant, care menținut în două conductoare paralele, rectilinii, cu lungimea infinită și cu secțiunea circulară neglijabilă, așezate în vid la o distanță de 1 m unul față de altul, produce între aceste conductoare o forță de $2 \cdot 10^{-7}$ N pe o lungime de un metru.

Etalonul ampermetrului este stabilit presupunînd permeabilitatea magnetică a vidului determinată cu exactitate.

Stabilirea etalonului pentru amper se face măsurînd forțele și momentele forțelor exercitate între două bobine parcurse de un curent electric.

Forțele depind de intensitatea și de geometria curenților electrici. Dificultățile în măsurători sînt legate de definirea geometriei curenților electrici și de măsurarea forțelor relativ mici dintre două spire (se folosesc două spire pentru a defini cu precizie geometria).

Unitatea de măsură pentru mărimea electrică derivată — tensiunea electrică, este voltul. Etalonul voltului se poate realiza măsurînd forța care se exercită între plăcile unui condensator plan încărcat electric. Incertitudinile majore sînt legate de precizia cu care se calculează corecțiile pentru efectele de margine și de precizia cu care se poate defini și măsura geometria condensatorului. Pentru diminuarea efectelor de margine a fost construită o nouă variantă a electrometrului Kelvin în laboratoarele CSIRO(*) [1—3]. În această variantă a electrometrului Kelvin electrodul inferior este un vas cu mercur, iar electrodul superior este o

* Commonwealth Scientific and Industrial Research Organization, Australia

lamă transparentă optic, care este și una din fețele unui interferometru laser. Nivelul mercurului de sub electrod crește cînd se aplică o diferență de potențial în timp ce forța gravitațională echilibrează forțele electrice. Poziția suprafeței mercurului se măsoară interferometric. Măsurătorile se fac pentru o succesiune de tensiuni electrice și distanțe între electrozi alese astfel încît înălțimea mercurului să rămînă constantă.

Unitatea de măsură pentru mărimea electrică derivată — rezistența electrică este ohmul. Determinarea etalonului pentru ohm implică determinarea permitivității electrice a vidului ε_0. Dar, $\varepsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 c^2}$ este definit exact, ceea ce permite calibrarea directă a etaloanelor naționale ale ohm-ului (cu condensatorul Thomson — Lampard).

Ultimele cercetări în fizică (efectul Josephson, efectul Hall cuantic) oferă posibilitatea de a controla în permanență etaloanele secundare care conservă unitățile de măsură pentru mărimile electrice.

La a 17-a sesiune a Comitetului Consultativ de Electricitate din 16—18 septembrie 1986 s-a comunicat că incertitudinea relativă pentru determinarea voltului prin măsurarea raportului $\frac{2e}{h}$ (efect Josephson) este de $8 \cdot 10^6$ ori mai mică decît incertitudinea relativă în determinarea voltului cu etaloanele clasice (etalon Weston, etalon cu diodă Zener).

2.1. *Efectul Josephson și etalonul voltului*

În anumite condiții experimentale se observă efectul tunel pentru perechile Cooper (de electroni) dintr-un supraconductor printr-un strat izolator într-un alt supraconductor. Efectul tunel al perechilor de electroni prin joncțiunea Josephson se poate pune în evidență în următoarele moduri:

— măsurînd intensitatea curentului electric continuu prin joncțiune în absența unui cîmp electric sau magnetic exterior (efectul Josephson în curent continuu);

— măsurînd oscilațiile de radiofrecvență ale curentului electric în lungul joncțiunii cînd se aplică o tensiune continuă la capetele joncțiunii (efectul Josephson în curent alternativ).

În acest caz densitatea de curent prin joncțiunea căreia i s-a aplicat diferența de potențial continuă U variază în timp conform relației

$$J = J_0 \sin\left[(\delta(0) - \frac{2eUt}{h}\right]$$

unde $\omega = \frac{2eU}{h}$ este pulsația curentului, iar $\delta(0)$ este defazajul existent la momentul inițial între vectorii de stare ce descriu comportarea electronilor în cei doi supraconductori.(*)

Pentru a transforma acest oscilator cuantic într-un etalon de tensiune se ionizează joncțiunea cu o radiație electromagnetică de frecvență

* Brian Josephson a prezis în anul 1962 că acest fluid curios de perechi Cooper poate traversa barierele izolatoare și că intensitatea curentului supraconductor depinde doar de defazajul dintre vectorii de stare ai electronilor de o parte și de alta a barierei

foarte pură, ceea ce duce la apariția unei serii de paliere echidistante pe curba ce descrie dependența intensității curentului de tensiune, pe care tensiunea rămîne constantă cu o incertitudine de 10^{-13} V.

În anul 1970 au fost construite primele dispozitive care utilizau două sau trei joncțiuni Josephson și care furnizau diferențe de potențial pînă la 10^{-3} V.

În anul 1983 cercetătorii de la Electrotechnical Laboratory din Tokio, asamblînd 20 joncțiuni Josephson au obținut tensiuni de 100 mV, joncțiunile avînd fiecare o sursă proprie de curent continuu. Sincronizarea lor presupunea o îndemînare deosebită.

În anul 1986 Yurgen Niemeyer de la Physikalisch Technische Bundesansalt (PTB) din Braunschweig (RFG) a realizat „voltul Josephson" cu ajutorul a 1440 joncțiuni identice, fiecare fiind un sandwich minuscul din două filme dintr-un aliaj de plumb, separate printr-o peliculă izolantă foarte subțiri (1 la 2 nm) de oxid de plumb. Joncțiunile erau așezate în 12 ramuri a cîte 120 joncțiuni fiecare. Întreg sistemul se afla la temperatura heliului lichid de 4,2 K.

Dispozitivul reprezintă un etalon pentru unitatea de tensiune electrică cu o precizie inegalată, iar cu ajutorul unui potențiometru se pot obține tensiuni între 0,1 V și 1,5 V. Sistemul a rămas stabil timp de cinci ore cu o incertitudine de 10^{-9} V. Joncțiunea Pb/PbO/Pb se autodistruge la temperatura camerei fiind dificilă conservareaa ei. Joncțiunea de niobiu/alumină/niobiu, mai dificil de obținut, se menține și la temperatura camerei, fiind preferabilă.

2.2. *Efectul Hall cuantic și etalonul ohm-ului*

După efectul Josephson un alt fenomen caracteristic stării solide — efectul Hall cuantic — descoperit în anul 1980 de Klaus von Klitzing(*), permite măsurarea constantelor fizice cu o precizie neegalată și propune un nou etalon pentru unitatea de măsură a rezistenței electrice — ohm-ul.

Particularitatea efectului Hall cuantic în comparație cu cel clasic constă în faptul că rezistența Hall nu mai crește liniar cu inducția cîmpului magnetic ci prezintă paliere, separate prin regiuni cu o creștere netedă. În intervalele de valori ale inducției cîmpului magnetic corespunzătoare palierelor rezistenței electrice, diferența de potențial pe direcția paralelă cu intensitatea curentului se anulează, ca și cum s-ar anula rezistența electrică. Pe fiecare palier rezistența Hall satisface o condiție simplă [4]:

$$\frac{1}{R_H} = n\frac{e^2}{h},$$

unde R_H este rezistența Hall, e — sarcina electronului, h — constanta lui Planck și n este un număr, care poate fi întreg ($n = 1,2,3,\ldots$) în

* Efectul Hall clasic a fost descoperit în 1879 de Edwin H. Hall. Klaus von Klitzing a primit premiul Nobel în anul 1985.

cazul efectului Hall cuantic integral, sau $n = \frac{p}{q}$ ($q = 3,5,7$; $p = 1,2,3,\ldots$) în cazul efectului Hall fracționar.

Distanța dintre două paliere alăturate fiind egală cu $R_H = \frac{e^2}{h}$, care are dimensiunea fizică a unei rezistențe electrice este posibilă construirea unui etalon pentru ohm.

Măsurătorile de efect Hall cuantic efectuate pe heterostructuri și MOSFET-uri au permis măsurarea rezistenței R_H cu o incertitudine relativă de $4 \cdot 10^{-8}$, confirmîndu-se că această valoare este aceeași pentru materiale diferite și independentă de condițiile de funcționare.

Din 6 măsurători independente [6—11] a rezultat valoarea medie.

$$R_H = 25\,812{,}8461\ (16)\ \Omega_{B\,185}$$

cu o precizie de 0,062 ppm (părți pe milion), unde Ω_{B185} este etalonul pentru Ohm aprobat de Biroul Internațional pentru Greutăți și Măsuri (BIPM) la 1 ianuarie 1985.

2.3. *Etaloanele pentru kelvin*

Etaloanele pentru măsurarea unității de temperatură — kelvinul — se bazează pe variația cu temperatura a diferitelor mărimi fizice. Astfel, în prezent se folosesc ca etaloane de temperatură termometrul cu rezistență de platină, termocuplul cu platină — rhodiu (10% rhodiu)/platină și pirometrul optic. Aceste instrumente sînt etalonate la cîteva temperaturi reproductibile, numite „puncte fixe de definiție", a căror valoare este stabilită prin convenție.

Incertitudinea relativă este de ordinul 10^{-6} la temperatura de 273,16K și crește cu creșterea sau scăderea temperaturii.

Rămîne deosebit de dificilă măsurarea temperaturilor de ordinul milikelvinului din apropierea lui OK, temperaturi deosebit de importante în domeniul supraconducției.

Pînă în prezent se folosește pentru acest domeniu ansamblul SRM 768 format din cinci probe metalice ale căror proprietăți magnetice se odmifică brusc cînd devin supraconductoare. Fenomenul este legat de anumite valori precise ale temperaturii calibrate de Birourile Naționale de Standarde care sînt, de exemplu, 99,2 mK pentru iridiu, 22,7 mK pentrn beriliu și 15,58 mK, pentru tungsten. Pentru măsurarea acestor temperaturi se folosesc simultan două termometre, care trebuie să indice același rezultat cu o precizie de 0,1%. Unul din termometre „cu orientare nucleară" măsoară anizotropia radiației γ emisă de ^{60}Co. Această anizotropie este legată de diferența de populație dintre nivelele de energie nucleară care depinde de temperatura T. Al doilea termometru „cu măsurarea zgomotului" analizează fluctuațiile termice ale tensiunii electrice de la bornele unei rezistențe de aur — siliciu. Pătratul fluctuațiilor este proporțional cu temperatura T. Dar, fiecare din aceste două termometre nu mai este practic în apropierea temperaturii de 1 mK.

Table

Valorile constantelor fizice fundamentale recomandate în 1986 de CODATA [12]

Nr. crt.	Mărimea	Simbolul	Valoarea	Unitatea	Incertitudinea relativă (p.p.m)
1	Viteza luminii în vid	c	299 792 458	$m \cdot s^{-1}$	exact
2	Permeabilitatea vidului	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7} = 12{,}566370614\ldots$	$10^{-7}\ N \cdot A^{-2}$	exact
3	Permitivitatea vidului $1/\mu_0 c^2$	ε_0	8,854 187 817	$10^{-12} F \cdot m^{-1}$	exact
4	Constanta atracției universale	G	6,672 59 (8)5	$10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2}$	128
5	Constanta lui Planck	h	6,6260755 (40)	$10^{-34} J \cdot s$	0,60
6	Sarcina electrică elementară	e	1,602 177 33 (49)	10^{-19} C	0,30
7	Cuanta de flux magnetic	Φ_0	2,06783461(61)	10^{-15} Wb	0,30
8	Masa de repaus a electronului	m_e	9,1093897(54)	10^{-31} k g	0,59
9	Masa de repaus a protonului	m_p	1,6726231(10)	10^{-27} kg	0,59
10	Raportul maselor proton/electron	m_p/m_e	1836,152 701(37)	—	0,020
11	Constanta de structură fină	α	7,29735808 (33)	10^{-3}	0,045
12	Constanta Rydberg	R_∞	10973731,534(3)	m^{-1}	0,0012
13	Constanta lui Avogadro	N_A	6,0221367 (36)	$10^{23}\ mol^{-1}$	0,59
14	Constanta Faraday, $N_A \cdot e$	F	96485,309 (29)	$C \cdot mol^{-1}$	0,30
15	Constanta gazelor perfecte	R	8,314510(70)	$J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$	8,4
16	Constanta Boltzmann, R/N_A	k	1,380658(12)	$10^{-23} J \cdot K^{-1}$	9,5
17	Constanta Ștefan-Boltzmann	σ	5,67051(19)	$10^{-8}\ Wm^{-2}\ K^{-4}$	34

În 1984 D. Greywall (Bell Laboratories) a propus utilizarea dependenței liniare de temperatură a căldurii specifice a He pentru măsurarea temperaturii în jurul valorii de 1 mK. Elementul He există în trei stări la temperaturi coborîte : un lichid normal deasupra unei temperaturi T_A, o primă stare suprafluidă (cu vîscozitatea nulă) între T_A și T_B și a doua stare suprafluidă, diferită de prima, între T_B și OK.

Heliul 3 este un lichid Fermi, care conform teoriei lui L. Landau are o căldură specifică dependentă liniar de temperatură, proprietate ce poate fi folosită la stabilirea etalonului pentru milikelvin.

Concluzii

În loc de concluzii prezentăm valorile constantelor fizice fundamentale recomandate în 1986 de CODATA (Comitetul de Date pentru Știință și Tehnologie).

BIBLIOGRAFIE

1. *W. K. Clothier*, Metrologia, *1*, 181 (1975).
2. *G. J. Slogget ș.a.*, „Precision Measurement and Fundamental Constants II", editat de B. N. Taylor și W. D. Philips, Washington, p. 469 (1984)
2. *G. J. Slogget ș.a.*, IEEE Trans. Instrum. Meas. *IM—34*, 187 (1985)
4. *K. von Klitzing*, Rev. Mod. Phys., 58, 519, (1986)
5. *R. P. Feynman*, „Fizica modernă" vol. III, Ed. Tehnică București, p. 507 (1970)
6. *L. Bliek ș.a.*, IEEE Trans. Instrum. Meas. *IM—34*, 304 (1985).
7. *M. E. Cage, R. F. Dziuba, N. F. Field*, IEEE Trans. Instrum. Meas. *IM—34*, 301 (1985)
8. *F. Delahaye ș.a.*, Metrologia, *22*, 103 (1986).
9. *A. Harland, G. J. Davies, D. R. Wood*, IEEE. Trans. Instrum. Meas. *IM—34*, 309 (1985)
10. *T. Wada, K. Shida, H. Nishinaka, T. Igarashi*, IEEE Trans. Instrum. Meas. *IM—34*, 306 (1985)
11. *W. van der Well, K.J.P.M. Harmans, R. Kaarls, J. E. Mooij*, IEEE Trans. Instrum. Meas. *IM—34*, 314 (1985))
12. Rev. Mod. Phys., *vol. 50 nr. 4*, 1121 (1987).

Recent Determinations of the Meter, Volt, Ohm and Kelvin

The units of length, temperature, electrical potential difference, and electrical resistance recommended by CIPM in agreement with the recent adjustment of the fundamental physical constants, are presented.

C.Z.: 514.1 : 620.91

CONSIDERAȚII PRIVIND DISPONIBILITATEA RADIAȚIEI SOLARE PE TERITORIUL REPUBLICII ARABE SIRIENE (II)

T. CREȚU, H. AL AMMOURI, R. GRIGORESCU *

În această lucrare a fost studiat potențialul energetic solar pentru teritoriul R. A. Siria. Analiza se bazează pe datele furnizate de Institutul Național de Meteorologie din Damasc și stabilește principalele corelații între caracteristicile radiației solare și parametrii meteorologici înregistrați de stațiile meteo. S-a urmărit obținerea unor date asupra potențialului energetic solar pentru regiunile în care se dispune de un număr restrîns de date climatice.

Simularea pe calculator a evoluției diurne a intensității radiației solare a fost studiată în vederea utilizării la modelarea matematică și simularea pe calculator a parametrilor funcționali ai instalațiilor solare. În final sînt făcute o serie de recomandări asupra extinderii rezultatelor obținute pentru întregul teritoriu sirian.

1. Aproximarea variației $I_g = \varphi$ (ora) cunoscînd dependența $E_{zi} = \varphi(M_l)$

1.1. *Metoda de analiză*

Așa cum am arătat în § 2.2 [10], putem determina valoarea constantelor A și B dacă dispunem de date experimentale asupra variației orare a lui I_g. Dar, aceste date nu sînt disponibile decît pentru un număr limitat de stații meteorolcgice. Majoritatea stațiilor sînt echipate cu instrumente care înregistrează energia solară zilnic medie E_{zi} pe o suprafață orizontală. Din acest motiv ne-am pus problema completării acestei „penurii" de date prin stabilirea unei metode care să ne permită stabilirea valorilor lui A și B și în cazul stațiilor în care avem măsurări experimentale asupra lui E_{zi}. Mai mult, acest lucru ne permite să extindem metoda și asupra stațiilor pentru care nu dispunem decît de valoarea măsurată a numărului mediu zilnic de ore de însorire n, datorită unei precizii bune obținute în calculul lui $E_{zi} = \varphi(n)$.

Metoda pe care am propus-o pornește de la observația că energia zilnică recepționată de o suprafață orizontală cu aria de 1 m² este dată de expresia :

$$E_{zi} = f\int_{t_1}^{t_2} I_{g,0}(t)\,dt\,, \qquad (1)$$

* Prof. dr. ing., catedra Fizică ; Dr. ing. ; Ing., catedra Fizică

în care t_1, $t_2 = 12 \pm N_{t/2}$ și $I_{g,0}$ (t) — intensitatea globală a radiației solare pe o suprafață orizontală.

Expresia lui $I_{g,0}$ (t) este de forma :

$$I_{g,0}(t) = I_{dif,0}(t) + I_{dif}(t) \cdot \sin h\ (t) \tag{2}$$

Intensitatea radiației solare difuze pe o suprafață orizontală se obține din relația (3) :

$$I_{dif,0}(t) = I_0 \sin h(t)\,(0{,}271 - 0{,}2939\ \tau_{dir}) \tag{3}$$

în care τ_{dir} — transmitanța atmosferei pentru componenta directă a radiației solare,

Valoarea lui τ_{dir} se obține :

$$\tau_{dir} = \frac{I_{dir}}{I_0} = A \cdot e^{-Bm_a(t)} \tag{4}$$

Astfel, putem scrie expresia lui $I_{g,0}(t)$, (4)

$$I_{g,0}(t) = \frac{I_0}{m_a(t)}\,(0{,}271 - 0{,}7061\ Ae^{-Bm_a(t)}) \tag{5}$$

deoarece pentru suprafața orizontală avem $\cos i(t) = \sin h\ (t) = 1/m_a(t)$

Avînd în vedere faptul că rezolvarea integralei (1) este dificilă pe cale analitică, rescriem egalitatea sub formă de sumă :

$$E_{zi} = f I_0 \sum_{t_1}^{t_2} \frac{1}{m_a(t)}\,(0{,}271 + 0{,}7061\ Ae^{-Bm_a(t)})\,\Delta t \tag{6}$$

sau

$$\frac{E_{zi}}{f I_0 \Delta t} = 0{,}271 \sum_{t_1}^{t_2} \frac{1}{m_a(t)} + 0{,}7061 \cdot A \sum_{t_1}^{t_2} e^{-Bm_a(t)} \tag{7}$$

Făcînd notațiile ;

$$X(t) = \frac{E_{zi}}{f I_0\,\Delta t} - 0{,}271 \sum_{t_1}^{t_2} \frac{1}{m_a(t)} \tag{8}$$

$$Y(A, B, t) = 0{,}7061\ A \cdot \sum_{t_1}^{t_2} e^{-Bm_a(t)} \tag{9}$$

determinarea valorii constantelor A și B o facem numeric, dînd valori lui A de la A_1 la A_2 și pentru fiecare $A =$ ct, pentru B de la B_1 la B_2, valoarea căutată a lor corespunzînd condiției

$$\min\ |X(t) - Y(A, B, t)| \tag{10}$$

1.2. *Rezultate și comentarii*

Pentru efectuarea calculelor am realizat un program de calcul, prezentat în anexă cu numele de cod „const A, B" (scris în BASIC pentru calculatorul personal SINCLAIR ZX SPECTRUM, TIMES sau HC 85).

Rezultatele obținute le-am prezentat în tabelul 1 pentru stația Damasc — Karabo.

Tabelul 1

Luna	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A	0,8	0,9	0,6	0,7	0,6	0,6	0,6	0,5	0,6	0,5	0,6	0,8
B	0,25	0,3	0,1	0,15	0,2	0,15	0,15	0,1	0,2	0,15	0,2	0,3

Utilizînd valorile lui A și B din tabelul 1, în fig. 1 și 2 am reprezentat comparativ variația lui I_g obținută prin calcul față de cea obținută experimental, pentru lunile mai și septembrie. Se observă că în cazul lunii

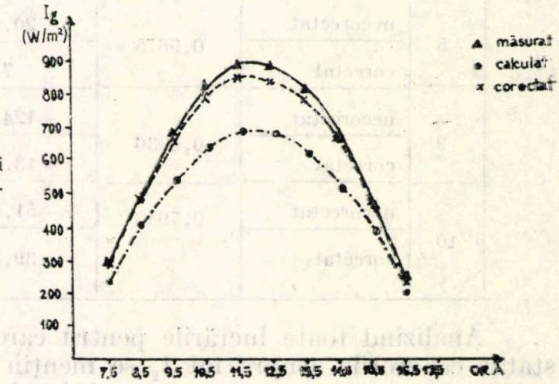


Fig. 1. — Variația orară a intensității energiei solare pentru luna mai — Damasc—Karabo

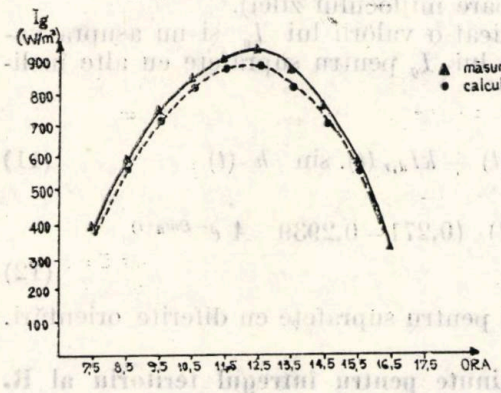


Fig. 2 — Variația orară a intensității solare pentru luna septembrie — Damasc—Karabo

mai concordanța este bună, dar în cazul lunii septembrie apare o diferență de pînă la 100 W/m² ($\simeq 20\%$). Din acest motiv, am căutat să stabilim o metodă de corecție care să se bazeze numai pe datele disponibile, adică E_{zt} și n.

În prima fază a calculului de corecție am mărit precizia de căutare pentru A și B și, deși eroarea asupra diferenței $|X(t) - Y(A, B, t)|$ s-a redus considerabil, diferența între valorile lui I_g astfel obținut și cele măsurate s-a modificat în mod nesemnificativ.

În schimb am observat că raportul $k = (E_{zi,\ calculat}/E_{zi,\ măsurat}$ poate să constituie un coeficient de corecție, și ne-am optit asupra

$$I_{g,corectat} = I_{g,calculat} \cdot k^{-1} \qquad (26)$$

Din analiza rezultatelor obținute, calculele fiind făcute pentru valorile lui k cele mai depărtate de valoarea unu, prezentate în tabelul 2, se observă că precizia a crescut simțitor. Acest lucru se remarcă și din fig. 2 (luna septembrie) unde cele două curbe, $I_{g,măsurat}$ și $I_{g,corectat}$ practic se suprapun.

Tabelul 2

Luna		k	eroarea medie	σ_{n-1}	σ_n
5	necorectat	0,9675	−20,4	29,3	27,8
	corectat		7,6	24,4	23,2
9	necorectat	0,8336	−124,8	66,0	62,6
	corectat		−13,4	29,6	28,1
10	necorectat	0,7949	−51,4	42,1	39,9
	corectat		39,8	20,4	19,3

Analizînd toate lucrările pentru care am dispus de date am constatat că erorile asupra lui I_g se mențin în general în limita $\pm 8 \div -10\%$, numai pentru luna decembrie ajungînd pînă la maximum 15% (numai pentru valorile corespunzătoare mijlocului zilei).

Dar, deoarece corecția am aplicat-o valorii lui I_g și nu asupra valorilor lui A și B, pentru calculul lui I_g pentru suprafețe cu alte înclinări, vom aplica relații corectate.

Din relația:

$$I_{g,0}(t) = kI_{dif,0}(t) + kI_{dir}(t).\ \sin\ h\ (t) \qquad (11)$$

obținem:

$$\begin{cases} I_{dif,0}(t) = k\, I_0 \sin\ h\ (t)\ \ (0{,}271 - 0{,}2939\ \ A\ e^{-Bm_a(t)} \\ I_{dir} = k\, I_0\, A\ e^{-Bm_a(t)} \end{cases} \qquad (12)$$

elații care intră în calculul lui $I_g\ (t)$ pentru suprafețe cu diferite orientări.

2. Extinderea rezultatelor obținute pentru întregul teritoriu al R. A. Siriene

2.1 *Zonarea teritoriului R. A. Siria*

Așa cum am arătat în § 1, există multe stații meteorologice pentru care nu dispunem de date radiometrice decît $E_{zi} = \varphi\ (M_l)$ și $n\ (M_l)$, pentru unele numai $n\ (M_l)$ iar pentru unele de nici un fel de date. Din acest motiv, avînd în vedere că aceste zone reprezintă o parte importatntă din teritoriul țării, am căutat să extindem aplicabilitatea rezul-

tatelor obținute și asupra acestor zone. Astfel, am zonat teritoriul sirian pe baza următoarelor criterii:

— apropierea ca distanță de stațiile meteorologice pentru care avem măsurători radiometrice;
— forma de relief;
— caracteristicile climatice;
— gradul de poluare.

Pe această bază am întocmit harta zonată a R. A. Siriană, prezentată în fig. 8., zone pentru care sînt valabile ecuațiile stabilite pentru stațiile meteorologice din zona respectivă.

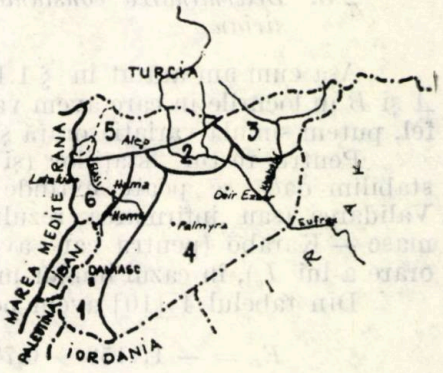


Fig. 3 — Harta zonată a R. A. Siria

2.2. *Aplicarea ecuațiilor* $E_{zi} = \varphi(n)$

Aplicarea acestor ecuații necesită numai cunoașterea numărului mediu zilnic de ore de însorire pentru zona respectivă. Astfel, pentru Latakia am utilizat ecuațiile stabilite pentru stația Alep (zona 5) iar

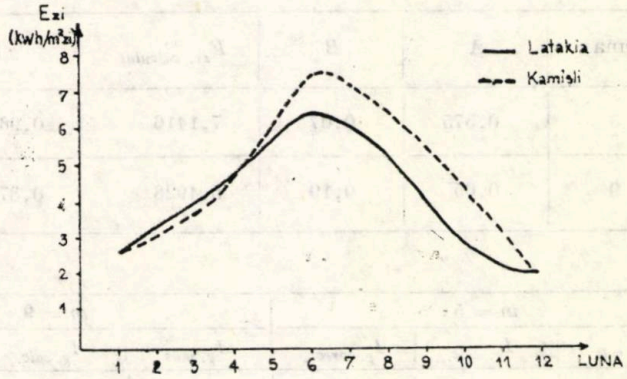


Fig. 4 — Variația lunară a energiei calculate pentru lunile 1—6 și 7— 12

pentru Kamișli ecuațiile stabilite pentru stația Rakka (zona 2). Rezultatele obținute sînt prezentate în tabelul 3, iar în fig. 4 este prezentată variația $E_{zi} = \varphi(M_l)$ pentru aceste două orașe.

Tabelul 3

Orașul	Luna (M_l)											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Latakia	2,61	3,32	3,72	4,30	6,00	6,52	5,34	5,34	4,83	3,81	3,04	1,82
Kamișli	2,61	3,19	3,92	4,57	5,45	7,39	6,56	6,43	5,78	4,22	9,02	1,67

2.3. *Determinarea constantelor A şi B pentru toate zonele teritoriului sirian*

Aşa cum am arătat în § 1.1 se pot determina valorile constantelor A şi B în locurile în care avem valori experimentale ale lui . În acest fel, putem simula variaţia orară şi asupra staţiilor Alep şi Rakka.

Pentru restul staţiilor (şi zonelor în care se găsesc) urmează să stabilim dacă se poate extinde metoda şi în cazul $E_{zi,\,calculat} = \varphi(n)$. Validarea (sau infirmarea rezultatelor) o vom face pentru staţia Damasc — Karabo (pentru care avem date experimentale asupra variaţiei orare a lui I_g), în cazul lunilor mai şi septembrie (vezi § 1.2).

Din tabelul 4 [10] avem pentru luna mai:

$$E_{zi} = -1{,}1159 + 0{,}7748 \cdot 10{,}9 = 7{,}329 \text{ KWh/m}^2 \cdot \text{zi}$$

iar pentru luna septembrie:

$$E_{zi} = -1{,}8659 + 0{,}7671 \cdot 10{,}8 = 6{,}418 \text{ KWh/m}^2 \cdot \text{zi}$$

După efectuarea calculelor obţinute rezultatele din tabelele 4 şi 5 (în tabelul 4 $E_{zi,\,calculat}$ se obţine. din relaţia (10), cu A şi B determinate conform metodei din § 1)

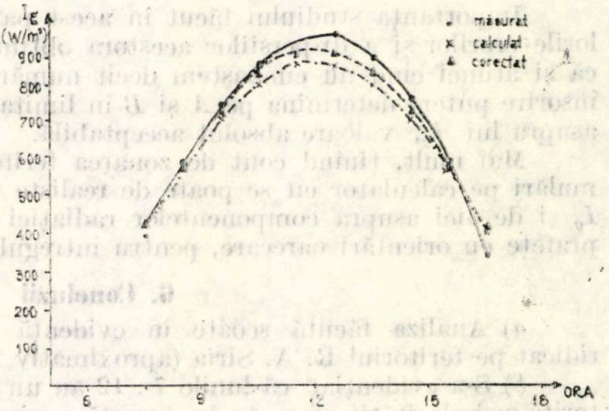
Tabelul 4

Luna	A	B	$E_{zi,\,calculat}$	$\cdot k$
5	0,575	0,07	7,1416	0,9651
9	0,65	0,19	5,4928	0,8788

Tabelul 5

ORA	$m = 5$			$m = 9$		
	$I_{g.\,măs.}$	$I_{g.\,calc.}$	$I_{g.\,corect.}$	$I_{g.\,măs}$	$I_{g.\,calc.}$	$I_{g.corect}$
7,5	394,7	403,3	417,8	290,2	251,1	285,7
8,5	592,1	566,2	586,6	499,2	428,6	487,6
9,5	743,0	699,4	724,7	696,6	576,6	656,1
10,5	847,5	793,6	822,3	835,9	682,1	776,1
11,5	882,3	842,4	872,3	893,9	736,9	838,4
12,5	928,8	842,4	872,3	893,9	736,9	838,4
13,5	859	793,6	822,3	824,3	682,1	776,1
14,5	754,6	699,4	724,7	673,3	576,6	656,1
15,5	580,5	566,2	586,6	464,4	428,6	487,6
16,5	336,6	403,2	417,8	255,5	251,1	295,7

În fig. 5 şi fig. 6 sînt reprezentate grafic rezultatele obţinute, remarcîndu-se o bună concordanţă între rezultatele obţinute şi cele calculate.



Fig, 5 — Variația orară a lui I_g pentru luna mai — Damasc —Karabo

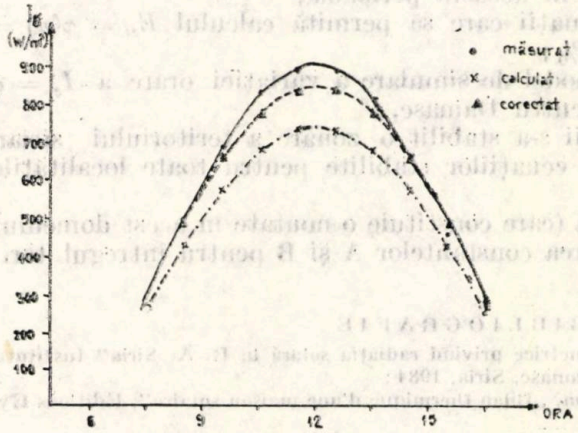


Fig. 6 — Variația orară a lui I_g pentru luna septembrie—Damasc —Karabo

În tabelul 6, am prezentat comparativ rezultatele obținute în urma calculului erorilor pentru cazurile constantelor A și B pentru $E_{zi.\ calculat}$ (conform [10]) și $E_{zi.\ măsurat}$.

Tabelul 6

Luna	E_{zi}	k	Eroarea medie $\left[\frac{W}{m^2}\right]$	Eroarea maximă asupra lui I_g (%)	σ_{n-1}	σ_n
5	$E_{zi,\ calculat}$	0,9651	7,3	9,26	38,1	36,22
	$E_{zi,\ măsurat}$	0,9675	7,6	3,77	24,4	23,2
9	$E_{zi,\ calculat}$	0,8788	23,8	7,06	31,0	32,7
	$E_{zi,\ măsurat}$	0,8336	—13,4	6,58	29,6	28,1

Importanţa studiului făcut în acest paragraf rezidă din însăşi valorile erorilor şi a dispersiilor acestora obţinute în tabelul 6, constatînd că şi atunci cînd nu cunoaştem decît numărul mediu zilnic de ore de însorire putem determina pe A şi B în limita unor erori de maxim 10% asupra lui I_g, valoare absolut acceptabilă.

Mai mult, ţinînd cont de zonarea teritoriului ţării, putem face simulări pe calculator cît se poate de realiste asupra evoluţiei orare a lui I_g şi de aici asupra componentelor radiaţiei solare incidente pentru suprafeţe cu orientări oarecare, pentru întregul teritoriu al R. A. Siriene.

6. Concluzii

a) Analiza făcută scoate în evidenţă potenţialul energetic solar ridicat pe teritoriul R. A. Siria (aproximativ 2 000 $Wh/m^2 \cdot an$);

b) S-a evidenţiat că lunile 7 : 12 au un aport energetic mai mic datorită nebulozităţii crescute în această perioadă;

c) Au fost stabilite ecuaţii care să permită calculul $E_{zi} = \varphi(n) = \varphi(M_l)$ care dau erori de 6%;

d) A fost stabilit un model de simulare a variaţiei orare a $I_g = \varphi$ (ORA) şi s-a exemplificat pentru Damasc.;

e) Pe baza unor criterii s-a stabilit o zonare a teritoriului sirian care să permită extinderea ecuaţiilor stabilite pentru toate localităţile ţării;

f) S-a stabilit o metodă (care constituie o noutate în acest domeniu) care ne-a permis determinarea constantelor A şi B pentru întregul teritoriu al R. A. Siriene.

BIBLIOGRAFIE

1.* * * „Date şi măsurători radiometrice privind radiaţia solară în R. A. Siria" Institutu de Meteorologie din Damasc, Siria, 1984;
2. *P. Chouard, H. Michel, M. Simon*, „Bilan thermique d'une maison solaire", Editions Eyrolles, Paris, 1977;
3. *A. A. M. Saygh*, „Solar Energy Engineering", Academic Press, New York, 1977;
4. *A. Hamze*, „Energia Solară în Ţările Arabe" Damasc, 1984;
5. *A. Hamze*, „Utilizarea Energiei Solare în R. A. Siriană", Simpozionul ştiinţific, Damasc 1986;
6. *Al. Dănescu*, „Utilizarea energiei solare", Editura Tehnică, Bucureşti, 1980;
7. *T. Creţu, ş.a.*, „Metode de măsurare şi prelucrare a datelor experimentale", I. P. Bucureşti, 1980;
8. *Said M. A. Ibrahim*, „Predicted and measured global solar radiation in Egypt", Solar Energy vol. 35 nr. 2 1985;
9. *V. Fara, E. Grigorescu*, „Conversia energiei soloare în energie termică" Ed. Ştiinţifică şi Enciclopedică, Bucureşti, 1982.
10. *Tr. Creţu, H. Al. Ammouri, R. Grigorescu*, „Consideraţii privind disponibilitatea radiaţie solare pe teritoriul R. A. Siriene (I)"; Bul. Inst. Politehnic Bucureşti, Seria Energetică, p. 15—26, 1988.

On Solar Energy Availability on Syrian Territory

The solar energetic potential on Syrian territory is studied in this paper. The analysis is based on the data provided by Meteorological Institute from Damasc and established principal correlations between solar radiation characteristics and recorded meteorological parameters. The authors intended to obtain data on solar energetic potential for regions were only few climatic data are available. The computing simulation of diurnal evolution of solar radiation intensity has been useful for mathematical modelling of solar installations working. Some recommendations are made on extension of the results obtained by the authors on whole Sirian territory.

C.Z.: 621.311
510.5

ANALYSIS OF A POWER SYSTEM OPERATION BASED ON PROBABILITY CRITERIA

G. DRĂGAN *

Most of the characteristic parameters included in the mathematical model of the electric power operation are random values; in this order a probabilistic model is recommanded. On the other hand, a determinist model cannot usually consider all the parameters as collectivity and considering a number of random parameters is sometimes more useful than analysing the influence of only one parameter on the process to be studied.

In this paper it will present the necessary specifications for the probabilistic model to be used as imposed by the particular problem it refers to.

1. Introduction

For a theoretical study of the processes describing the electric power system operation, a mathematical model is needed. In this case, a limit must be established to separate the real process characteristics from the model ones. The model itself must describe the phenomenon logic as well as the specific parameters referring to particular cases. The mathematical computing methods lead to a functional relation between considered parameters and the ones of the problem to be solved. But usually one cannot consider all the parameters in their most general form, so a simplified algorithm which considers only the specific ones must be employed when using computers more parameters can be taken into account so a deeper analysis can be developed for the examined system.

Considering a determinist mathematical model is not always the best way to describe a phenomenon. Most of the characteristics parameters included in the mathematical model are random values and their randomness strongly affects the results. On the other hand, a determinist model cannot usually consider all the parameters as collectivity and considering a number of random parameters is sometimes more useful than influence of only one parameter on the process to be studied. Using probability theory and mathematical statistics the entire group of events can be considered using a random „excitation" or „sum of excitations". In this way the probabilistic properties of certain random values can be predicted using the properties of some other random values. This method can be used to study the random phenomena in a collectivity and further to extend the obtained results from one group to another group of phenomena which have identical stochastic properties. In the same time the information required is reduced. Finally, considering a

* Prof. Ph. D., Chiar of Power Stations and Electrical Networks

probabilistic model the reliability of an electric power system can be predicted. Studying the random phenomena with the use of computers, an extensive probabilistic model can be developed for a more accurate study.

The parameters of the probabilistic model are closely related to those of the examined process.

The following sections will present the necessary specifications for the model to be used, as imposed by the particular problem it refers to.

2. Steady State Studies

A wide class of phenomena encountered in electrical power system field consists of stationary processes.

Depending on the structure of characteristic parameters, for the studied phenomenon, the model is developed using scaler or vector quantities, or random functions when the random values considered ar time-dependent.

The way problem is to be solved is strongly dependent on the studied phenomenon nature and on the aim we are looking for.

2.1. A system can be described by a set of vectors and the initial conditions are usually introduced with equations or inequalities. One of the fundamental problems is the optimization, which — mathematically speaking — consists in determining the extreme value of a total function. The quantities analysed when optimizing the electric power system structure or operation can present a determinist or a random character. The multi-extremum character of the problem makes it solving more difficult; when optimizing such a system it is recommended to first acquire the maximum possible information about the function in the considered domain, then to reduce the number of local extreme values and to decrease the domain in order to find the optimum value. The problem can be solved using determinist methods, or by „random searching". The last method can be applied for the determinist problems as well as for the ones with a random character.

The change in the value of $x(t)$ under the influence of random factors is given by an equation of the following type [1]:

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = -h\,\Delta f(x) + \S\ (t) \tag{1}$$

Here $x(t)$ is usually a Marchoff process: (t) refers for simplicity — to processes with Gaussian distribution law.

By carefully choosing the random factors magnitude it is possible to get a system which is not dependent (or only slightly dependent) on the local extremum function $(f(x)$, which — of course — markes the problem less difficult.

The main characteristic of the radom searching method consists in randomly modifying the system parameters. If the solution quality-indicator is greater or not, we either have to come back to the preceding

solution or to go on with the following step. Consequently a differential recursion equation system is applied. The optimization method, which can be used here, allows for the possible hypotheses processing and so, for the decreasing of the scatter for the optimum space direction value. When dealing with a set of random parameters (random vectors) a recommended procedure is to use the gradient method. The differential equation for the random displacement is [2]:

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = -\operatorname{grad} F(x) + \theta(t) \tag{2}$$

when $\theta(t)$ represents the random porcess described by a n-dimensioned vector; for simplicity a Gaussian distribution law will be considered.

The value $x(t)$ will be in the considered space for the minimum values of $F(x)$.

Another method, proposed by I.B. Motkus, considers for every step a total and a local extremum for each random variable [3]. In this way it is easier to apply statistical methods to solve the multi-extremum problems.

We will also mention Monte Carlo method. Most complex systems encountered in practice, include random parameters whose influence over the system operation cannot be neglected. Their influence is considered in Monte Carlo method, which completes the algorithm with sets which simulate the random factors characteristics and effects. These algorithms can be used only digital computers.

In case of random variables or processes the distribution law (for the beginning a Gaussian law can be supposed), or their parameters (mean value, variance), correlation moment or correlation function (spectral function) must be known.

As for the stationarity some definitions could be useful.

It is well-known that the random character of a random vector function can be represented by means of its distribution law [4, 5]

$$F[x_h(t)_0] = P\,[X_h(t) < x_h(t)] \tag{3}$$

$$h = 1, 2, 3, \ldots, n$$

when the distribution law is known, some other statistic quantities can be derived.

It is necessary to stress that the random function $X(t)$ is stationary in a wide sense, when the mean value is constant and the correlation function

$$K_x(t, t') = K_x(t - t') \tag{4}$$

is a function only of the time difference $t - t'$ (and not of t or t' separately).

The function $X(t)$ is stationary in the strict sense when the n-dimensional distribution law (n arbitrary) depends only on time intervals $t_2 - t_1$, $t_3 - t_1$, $\ldots$ $t - t_1$ and not on the location of these intervals in the t-range or on the nature of this argument.

A stationary vector function can be similarly defined. It is not sufficient for such a function to be called stationary that all its components $x_1(t)$, $x_2(t)$ ... $x_n(t)$ should be stationary, but is also necessary that the components $x_i(t)$ should be stationary correlated.

2.2. Another set of problems that appear in the electric power system study, can be studied as a system presenting m inputs and n outputs. It is interesting in this case to determine not only the statistical characteristics of the n responses but the statistical correlation character of these random values, too.

Let us suppose that we deal with stochastic function, so the random argument is represented by t (time).

One method to solve the problem uses the stochastic differential equations. In the above mentioned general case a set of n stochastic differential equations is obtained :

$$\sum_{i=1}^{m} A_i^{(i,K)} Y_i(t) = \sum_{j=1}^{n} B_i^{(j,K)} x_j(t) \tag{5}$$

where $A_i^{(i,K)}$, $B_i^{(j,K)}$ are linear differential operators, and i and j referring to the i-th input and j-th output, respectively.

The first order moments are given by the following set of equations :

$$\sum_{i=1}^{m} A_i^{(i,K)} m_i Y(t) = \sum_{j=1}^{n} B_i^{(j,K)} m_j x(t). \tag{6}$$

In a similar way the second order moments can be derived.

Another method for solving the stochastic functions problems considers the pulse responses. In this case the input excitation is replaced by a set of elementary pulses which last for a infinitely short period of time, so that the sum of responses should be similar to the corresponding function. Denoting with $x(t)$ the input excitation for the initial moment $t = 0$, the system response at $t = tx$ is :

$$Y_K(t_K) = \int_0^{t_K} x(t)\, \S_K(t_K - t)\, \mathrm{d}t. \tag{7}$$

The moment of any order superior to 1 can be obtained using the formula :

$$m^{(Y_1 Y_2 \ldots Y_n)}(t_1, t_2, \ldots t_n) =$$

$$= \int_0^{t_1}\int_0^{t_2} \cdots \int_0^{t_n} m(t_1, t_2, \ldots t_n)\, \S_1(t_1 - t_1').$$

$$\cdot\, \S(t - t_2') \ldots \S_n(t - t_n')\, \mathrm{d}t_1', \mathrm{d}t_2', \ldots \mathrm{d}t_n'.$$

Based upon these relations the first and second order moment can be computed.

3. Study of Transient Phenomena

For the study of transient phenomena using a random (probability) model, the computation methods mentioned in Chapter 2 are not applicable. For this purpose we recommend the use of canonical decomposition of random functions [4]. According to this theory a random function $x(t)$, where t is a certain argument, can be written:

$$x(t) = m_x(t) + \Sigma V_\nu x_\nu(t) \tag{9}$$

where

$m_x(t)$ — centered moment of first order;

V_ν — canonical decomposition coefficients, represented by random functions, not correlated and having a null mean $x_\nu(t)$ — the coordinates of canonical decomposition function, representing certain not random functions.

The product $V_\nu x_\nu(t)$ is defined as an elementary random function.

Generally the sum of these functions is undefined but in some special case it can be defined. Related to the correlation coefficient between the random functions $x(t)$ and $x(t')$ can be defined the canonical decomposition of the correlation function:

$$K_x(t, t') = \sum_\nu D_\nu x_\nu(t, t') \tag{10}$$

where D_ν is the dispersion of the random variable V.

Considering $t - t'$ the random function $x(t)$ of the dispersion is determined:

$$D_x(t) = \sum_\nu D_\nu [x(t)]^2 . \tag{11}$$

In this way the main statistical characteristics are defined.

The canonical decomposition method can also be applied to a discrete ensemble of points; this solution is recommended in the case the number of points is not too large, if the absolute value of the correlation function slightly decreases for increasing values of the difference $(t - t')$.

When studying internal overvoltages in linear circuits, the use of canonical decomposition is very efficient.

4. Study of Nonlinear Circuit Phenomena

In electrical systems nonlinear elements are the lightning arresters and the transformers.

The exact solution of nonlinear systems based on probability theory is very complicated. There are possible two methods. The first method is the linearization of the functions; the second method, which consists

of canonical decomposition, is linearizing the functional dependence between the random variables.

In the case of direct linearization, the considered random functions are centered and in Taylor-series developed, retaining only the first order terms.

In the case of the differential equation :

$$\frac{dY_K}{dt} = F_K(t_1, Y_1, Y_2, \ldots, Y_k, x_1, x_2, \ldots, x_n) \qquad K = 1,2,\ldots n$$

where x_i represents random function of t-argument and Y_j the output functions, developing in Taylor-series we obtain

$$f_K(t, Y_1, Y_2, \ldots, Y_K, x_1, x_2, \ldots x_n) \simeq$$

$$\simeq f_K(t, m_1^Y, m_2^Y \ldots m_n^Y, m_1^x, m_2^x \ldots m_n^x) +$$

$$+ \sum_{p=1}^{K} \frac{\partial F_K}{\partial m_p^Y} Y_P^\circ + \sum_{q=1}^{n} \frac{\partial F_K}{\partial m_q^x} x_q^\circ \tag{12}$$

x_q° and y_p° represent centered random functions. In case of canonical decomposition of random functions, supposing that the random function $Y(s)$ is obtained using a nonlinear operator, we can write :

$$Y_{(s)} = A\, m_x(t) + \sum_{\nu} V_\nu n_\nu(t) \tag{13}$$

where the argument s is considered as parameter. Linearizing the above function, we have :

$$Y_{(s)} \simeq Y(0,0,\ldots s) + \sum_{\nu} V_\nu \left[\frac{\partial Y_1(V_1, V_2, \ldots s)}{\partial V_\nu}\right]_0 \tag{14}$$

where it is supposed that the mean value of V_ν is null.

In the same way as shown in Chapter 2 there are obtained the other statistical parameters.

5. Analysis of Voltage Quality

Voltage quality should not be analysed depending on limit values of voltage variations at various times or for a short time period, but considering the integral variation over a long period of time. Integral criteria represent generalized statistical indices of voltage quality concerning part of or all the consumers.

As integral criteria for voltage quality analysis in distribution networks characterized by load variation two values have been suggested, namely :

$\overline{U}$ — square average deviation of voltage against rated voltage

C — average share of voltage differentiation or average share of voltage deviation for the same consumers

$$\Delta\overline{U} = \frac{1}{TP_{\Sigma sm}} \sum_{i=1}^{i=n} P_{ism} \int_{t_0}^{t_0+T} \Delta U_i P_i(t)\, \mathrm{d}t \tag{15}$$

$$C = \frac{1}{TP_{\Sigma sm}} \sum_{i=1}^{n} P_{ism} \int_{t_0}^{t_0+T} \Delta U_i^2 P_i(t)\, \mathrm{d}t$$

where :

$P_{\Sigma sm} = \sum_{i+1}^{n} P_{ism}$ — load maximum power of the mains considered, equal to the sum of all loads ;

ΔU_i = voltage deviation of consumers bus-bars „i" ;

T — considerably long time period ;

t_0 — initial reference time ;

n — consumers number ;

P_i — relative value of „i" consumer load, characterizing load time variation diagram

$$P_i(t) = \frac{P_i(t)}{P_{ism}}. \tag{16}$$

Voltage differentiation (un-equality) may be expressed by the relation :

$$C = \Delta\overline{U}^2 + \sigma^2 \tag{17}$$

where : σ^2 = square average deviation from voltage average value.

Relation (17) shows that „C" value gives the general information of voltage quality in the mains considered.

The theory of probability tells us that knowing alleatory values $\Delta\overline{U}$ and σ, using probability integral tables for a certain mains and time, one can determine the relative value of consumers power quality in case of their operation at a voltage different from the rated one and not included within the set limits.

P. Ailleret suggested as voltage quality criterion in a network the minimum value of variable I

$$I = \min \tag{18}$$

This criterion has been obtained assuming that consumers damages are almost proportional to the square of voltage deviation from rated value.

6. Analysis of Frequency Control Quality and of Power Exchange

To properly set frequency quality criteria one should analyse simultaneously the quality frequency control, of power exchange control and the operation characteristics of power exchange control system because considering only one of these phenomena is insignificant.

This problem may be solved knowing exactly ΔG frequential deviation spectrum of which only the square deviation corresponding to variation frequency should be selected, for instance below 0,005 Hz (duration of 200 S).

In practice this may be achieved, considering the total deviation ΔE, correlated to frequency controller and power exchange action.

Determining the average deviation for a series of succesive intervals, for instance of 5 minutes each :

$$\Delta \bar{G} = \frac{1}{T} \int_{t}^{t+T} \Delta E \, \mathrm{d}t \, .$$

Performing „n" successive measurements of average deviation for a period of several hours, standard deviation may be determined based on relation :

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (\Delta \bar{G})^2}$$

which is a criterion significant enough for frequency and power exchange control quality.

Mention should be made that the study of frequency and power exchange control quality in a power system is not simple because the variation of active and reactive power is determined by excitation distributed all through the system.

The condition according to which aleatory phenomena of a system may be considered stationary or ergodic may be determined by examining the frequency and power variation made in several points of the system.

Practice has shown us that frequency excitations amplitude has a distribution closed to the normal one.

An approximate analysis shows the ergodic feature of excitation probability ; hence the conclusion that aleatory excitations in a system have relatively stationary feature. However, since system condition is continuously varying in time, the variation of each variable (frequency, power) cannot be considered as stationary.

Aleatory complexe phenomena may be examined considering the interaction of two phenomena, the former having a stationary and ergodic feature (power variation) and the latter is non-stationaty (variation of the system elements number).

A non-stationary phenomena may be equivalent in calculation to a stationary process in case its value variation frequency is below the maximum frequency on minimum amplitudes within excitation spectrum regarding power.

In this case, for a short time, the phenomenon as a whole may be considered stationary.

In case excitation probability is known, the system considered as standard may be analysed as operating in stabilized condition. Under these conditions one should know the unique probability of excitation to determine the function of neutral correlation as :

$$\Phi_{\varphi_1\varphi_2} = \int_{-\infty}^{\infty} d\varphi_1 \int_{-\infty}^{\infty} d\varphi_1 \, d\varphi_2 \, P(\varphi_1, \varphi_2)$$

where : $P(\varphi_1 + \varphi_2)$ — excitation mixed probability ;

φ_1 and φ_2 — variables under integral sign.

It is worth mentioning that if excitation probability has a normal distribution, correlation function is dependent on time factor, revealing thus the non-stationary feature of system variation.

REFERENCES

1. V. V. *Kernego*, The analysis of development and the performance of electric systems (in russian), Minsk, 1971.
2. *D. B. Yudin*, The methods of qualitative analysis of complex systems (in russian), Izvest, AN SSSP — Techn. Kibern. in 1969, nr. 2.
3. *J. B. Motzkus*, Multiextremals problems in design (in russian) Minsk, 1967.
4. *G. Drăgan*, Sur l'utilisation des méthodes de la théorie de probabilité et de la statistique mathématique pour l'étude des phénomènes de la technique de haute tension. Rev. Roum. Sci. Techn. — Série Electr. et Energ. Nr. 4, 1968.
5. *A. Avramescu, G. Drăgan*, Study of the behaviour of high voltage lines under the action of overvoltage on the basis of the theory of probability. Rev. Rom. Sc. Techn. — Serie Electr. et Energ, 4/1969.
6. *M. Mesarovic, I. Obradovic, D. Katic*, Statistical aspect of the power system dynamics, CIGRE, 1960.
7. *D. Gaden*, Essai d'un procédé pour caractériser la clientèle d'un réseaux, Bulletin de l'Association Suisse des Electriciens, 2, 1955.
8. *A. Jacques, R. Renchon, C. Cuenod*, Analyse de la tenue de la fréquence d'un réseaux par la méthode impulsionnelle, CIGRE, 1954, rapp. 316.
9. *F. Cohen, R. Robert, B. Favez*, La détermination du temps de lancer d'un réseaux de production d'énergie électrique, Revue Générale d'Electricité, 1956.
10. *M. Mesarovis, I. Obradovic, D. Kalic, S. Spiridonovic*, Measurement of the transfer functions in the electric power system using spontaneous power variations, AIEE, Trans. paper, 1959.

Analiza bazată pe criterii probabilistice a regimurilor de funcționare ale sistemelor electroenergetice

Majoritatea parametrilor caracteristici introduși în modelul matematic privind funcționarea unui sistem electroenergetic reprezintă mărimi aleatoare; din aceste considerente se recomandă utilizarea unui model probabilist. Pe de altă parte un model determinist nu poate în mod obișnuit, să considere toți parametrii ca formînd un ansamblu și considerarea unui număr de parametri ca avînd un caracter aleatoriu este, adesea, mai utilă decît analizarea influenței numai a unui singur parametru asupra procesului ce se studiază.

În cadrul lucrării se prezintă informații privind modelele probabilistice ce se recomandă a fi luate în considerare pentru studierea unor procese privind funcționarea unui sistem electroenergetic.

C.Z.: 621.3.01

O GENERALIZARE A CONCEPTULUI DE ECHIVALENȚĂ A CIRCUITELOR ELECTRICE

P. CRISTEA, F. SPINEI, RODICA TUDUCE *

Prin definiție, circuitele echivalente intern au aceleași caracteristici la bornele de acces și aceeași putere totală generată de sursele interne. Utilizarea schemelor echivalente intern permite simplificarea structurii unui circuit dat fără modificarea puterii generate de surse, făcînd posibilă aprecierea randamentului transferului de putere la borne. În lucrare sînt prezentate scheme echivalente intern pentru circuite de curent continuu și rezultate obținute pentru circuitele de curent alternativ.

1. Introducere

Echivalența clasică a multiporților implică numai aceeași comportare *externă*, la porți, adică același număr de porți și aceleași caracteristici (aceleași dependențe între tensiunile și curenții la porți). În consecință, prin înlocuirea unui multiport component al unui circuit electric cu un multiport echivalent extern (în sens clasic), curenții și tensiunile din partea nemodificată a circuitului rămîn neschimbați. Se menține și transferul de putere la bornele circuitului echivalent dar, de regulă, puterea debitată de sursele acestuia (și prin urmare puterea disipată în interior), se modifică.

Schema echivalentă intern a unui circuit multiport este definită [1] prin condițiile :

(C1) — aceiași vectori de curenți și tensiuni la porți :

(C2) — aceeași putere internă disipată (deci aceeași putere internă generată de sursele interne ale circuitului).

Prima condiție exprimă echivalența externă a doua circuite, fiind satisfăcută, de exemplu, de schemele Thévenin și Norton.

A doua condiție menține randamentul transferului de putere la porți și prezintă importanță în cazurile cînd problema randamentului energetic este de prim interes.

În lucrare se face o trecere în revistă a principalelor relații și teoreme care stau la baza alcătuirii schemelor echivalente intern. Sînt prezentate scheme echivalente intern pentru dipoli reciproci și nereciproci și pentru multiporți reciproci de curent continuu. Se face o analiză a principalelor probleme care apar în curent alternativ.

---

* Conf. dr. ing.; Conf. dr. ing.; Șef lucrări dr. ing., catedra Electrotehnică

2. Teoreme și relații de bază pentru echivalența internă

Pentru un dipol de c.c., puterea generată de sursele independente se poate exprima [1]:

$$P_i = \frac{P_i^0 x + P_i^{sc}}{x+1} \tag{1}$$

unde

$R_i = \frac{U_0}{I_{sc}}$ este rezistența internă a dipolului pasivizat,

$R = \frac{U}{I}$ — rezistența de sarcină,

$x = \frac{R}{R_i}$ — rezistența de sarcină relativă,

P_i^0 și P_i^{sc} — puterile generate de sursele independente cînd ieșirea este în gol și, respectiv, în scurtcircuit.

Pentru sursele comandate, puterea este dată de :

$$P_c = \frac{P_c^0 x^2 + P_c^m x + P_c^{sc}}{(x+1)^2} = \frac{P_c^0 x + P_c^{sc}}{x+1} + \frac{P_c^e x}{(x+1)^2} \tag{2}.$$

Puterea generată de sursele independente de tensiune și curent pentru o sarcină oarecare este legată de puterile debitate în regim de gol sau scurtcircuit prin relațiile :

$$P_E = P_E^0 + U_0^E I = P_E^{sc} - U I_{sc}^E \tag{3}$$

$$P_J = P_J^0 - U_0^J I = P_J^{sc} + U I_{sc}^J \tag{4}$$

unde $U_0^E(U_0^J)$, $I_{sc}^E(I_{sc}^J)$ sînt tensiunea de mers în gol și curentul de scurtcircuit la ieșire, produse de sursele independente de tensiune (curent). Relațiile (3) și (4) sînt valabile și pentru multiporți (U și I fiind vectorii corespunzători).

Aceste relații pun în evidență faptul că o schemă echivalentă intern trebuie să conțină aceleași tipuri de surse independente ca și circuitul inițial, precum și cel puțin o sursă comandată, dacă apar și astfel de surse.

Pentru circuitele reciproce multiport de curent continuu au fost stabilite următoarele teoreme, primele două obținîndu-se prin aplicarea teoremei lui Tellegen în raport cu regimuri particulare de funcționare.

T1. *Teorema superpoziției puterilor generate de sursele independente* [3] :

Puterea totală generată de sursele independente de tensiune și de curent, acționînd simultan, este egală cu suma puterilor debitate de fiecare tip de surse independente cînd celălalt tip este pasivizat :

$$P_s = P_E + P_J = P_{EE} + P_{JJ} \tag{5}$$

unde

$$P_{EE} = P_{E|J=0},\ P_{JJ} = P_{J|E=0}.$$

T2. *Teorema variației puterii generate de sursele independente* [3] (teorema cvasiputerii maxime) :

Diferența dintre variațiile puterii generate de sursele independente de tensiune și, respectiv, de curent de la regimul de gol la regimul de scurtcircuit, este egală cu cvasiputerea maximă la porțile circuitului :

$$\Delta P_E - \Delta P_J = U_{0t}\, I_{sc} \tag{6}$$

unde

$$\Delta P_E = P_E^{sc} - P_E^0$$

$$\Delta P_J = P_J^{sc} - P_J^0$$

iar $S = U_{0t}\, I_{sc}$ reprezintă cvasiputerea maximă la bornele circuitului.

Pentru fiecare variație de putere există și relațiile :

$$\Delta P_E = U_{0t}^E\, I_{sc} = U_{0t}\, I_{sc}^E, \tag{7}$$

$$\Delta P_J = -\, U_{0t}^J\, I_{sc} = -\, U_{0t}\, I_{sc}^J,$$

care rezultă din (3) și (4), implicînd și :

$$U_{0t}^J\, I_{sc}^E = U_{0t}^E\, I_{sc}^J. \tag{8}$$

Pentru circuitele dipolare :

$$\Delta P_E = a_E\, S;\ \Delta P_J = -\, a_J\, S \tag{9}$$

unde

$$a_E = \frac{U_0^E}{U_0} = \frac{I_{sc}^E}{I_{sc}} \quad \text{și} \quad a_J = \frac{U_0^J}{U_0} = \frac{I_{sc}^J}{I_{sc}} \tag{10}$$

sînt ponderile relative ale surselor independente de tensiune și, respectiv, de curent, în raport cu bornele dipolului ($a_E + a_J = 1$).

T3. *Teorema de echivalență internă* [3]:

Două circuite reciproce multiport de c.c. sînt echivalente intern dacă au:

— aceleași ecuații curenți — tensiuni la porți (C1);
— aceleași puteri P^0_{EE} (sau P^{sc}_{EE}) și P^0_{JJ} (sau P^{sc}_{JJ});
— unul din vectorii U^E_0, U^J_0, I^E_{sc} sau I^J_{sc} identic.

În curent alternativ se pot stabili diverse relații de conservare pentru puteri, însă interpretarea acestora este dificilă sau inoperantă, din cauza mărimilor complex conjugate. De exemplu, similar cu (6) se poate stabili:

$$\Delta \underline{S}_E - \Delta \underline{S}_J = \underline{U}^*_{0t}\, \underline{Y}^{sc*}_{PE}\, \underline{E} + \underline{U}_{0t}\, \underline{A}^{sc}_{PJ}\, \underline{J}^*. \tag{11}$$

notațiile fiind cele uzuale.

Dacă circuitul conține numai surse de tensiune (curent) în fază — alese ca origine de fază la exprimarea în complex — atunci se obțin relațiile:

$$\Delta \underline{S}_E = \underline{U}^*_{0t}\, \underline{I}^*_{sc}; \tag{12}$$

$$\Delta \underline{S}_J = -\underline{U}_{0t}\, \underline{I}_{sc}. \tag{13}$$

3. Scheme echivalente intern

Pe baza teoremelor și relațiilor prezentate în paragraful precedent se pot stabili următoarele tipuri de scheme echivalente:

a). Pentru circuite dipolare reciproce (adică fără surse comandate), ca cele din figura 1, unde G_d și R_s se aleg corespunzător pentru respectarea pierderilor din circuitul original:

$$\text{a)}\quad G_d = \frac{P_{d\,\min}}{U^{E^2}_0}; \qquad \text{b)}\quad R_s = \frac{P_{d\,\min}}{I^{J^2}_{sc}} \tag{14}$$

unde

$P_{d\,\min} = P^0_E + P^{sc}_J + U^E_0\, I^J_{sc}$ — este minimul puterii interne disipate, corespunzînd regimului cînd la intrare tensiunea și curentul sînt U^E_0 și I^J_{sc}.

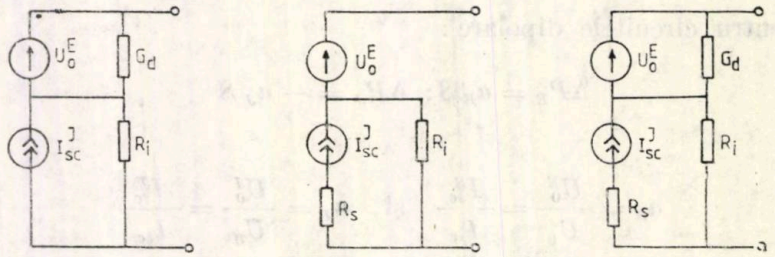


Fig. 1

Dacă în schema (c):

$$G_d = \frac{P_E^0}{U_0^{E^2}} \quad \text{și} \quad R_s = \frac{P_J^{sc}}{I_{sc}^{J^2}} + \frac{U_0^E}{I_{sc}^J} \tag{15}$$

atunci aceasta modelează separat puterea generată de fiecare tip de surse independente.

Dacă însă:

$$G_d = \frac{P_{EE}^0}{U_0^{E^2}} \quad \text{și} \quad R_s = \frac{P_{JJ}^{sc}}{I_{sc}^{J^2}}, \tag{16}$$

atunci circuitul modelează puterile P_{EE} și P_{JJ} — generate de fiecare tip de sursă separat (fiind respectată și suma lor în baza teoremei T1).

b). Pentru circuitele dipolare cu surse comandate schemele sînt similare cu cele din fig. 1, apărînd în plus cel puțin o sursă comandată, iar mărimile fiind stabilite în mod corespunzător [1].

c). Pentru circuitele reciproce multiport, schema din figura 2 modelează puterile P_{EE} și P_{JJ}, rezistențele de pierderi exprimîndu-se cu relațiile:

$$G_d = \frac{P_{EE}^0}{U_{0n}^{E^2}} \quad \text{și} \quad R_s = \frac{P_{JJ}^2}{I_{sc\,n}^{J2}}. \tag{17}$$

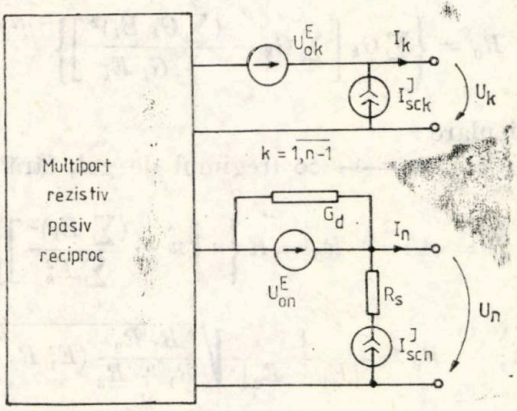


Fig. 2

Această schemă se poate utiliza și pentru circuitele nereciproce, dacă se scot sursele comandate la o serie de porți suplimentare.

Pentru circuitele de curent alternativ nu s-a pus încă la punct modul de determinare a schemelor echivalente intern.

4. Randamentul transferului de putere pentru circuitele dipolare

Pentru circuitele dipolare de c.c. transferul de putere are loc cu randament maxim. atunci cînd [1, 5]:

$$R_0 = R_i \sqrt{\frac{P_s^{sc}}{P_s^0}} \tag{18}$$

sau

$$R_0 = \left[G_{11\,sc} \left(G_{11\,sc} - \frac{I_{1\,sc}^2}{P_r^{sc}} \right) \right]^{-1/2}, \tag{19}$$

1 fiind poarta de ieşire, cele două relaţii fiind echivalente.

Aplicaţie. Pentru circuitul din figura 3 să se precizeze valoarea rezistenţei de sarcină care consumă putere cu randament maxim.

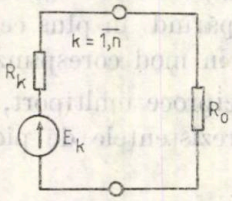


Fig. 3

Aplicînd relaţia (18) sau (19) se obţine în final:

$$R_0 = \left\{ \sum G_k \left[\sum G_k - \frac{(\sum G_k E_k)^2}{\sum G_k E_k^2} \right] \right\}^{-1/2}$$

Cazuri particulare:

a) $E_k = E = \text{ct}$; $R_0 \longrightarrow \infty$ (regimul de gol, fără putere debitată).

b). $R_k = R = \text{ct}$; $R_0 = R \left\{ n \left[n - \frac{(\sum E_k)^2}{\sum E_k^2} \right] \right\}^{-1/2}$

c). $n = 2$; $R_0 = \frac{1}{|E_1 - E_2|} \sqrt{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} (E_1^2 R_2 + E_2^2 R_1)}$

şi dacă:

$$R_1 = R_2 = R: \quad R_0 = \frac{R}{|E_1 - E_2|} \sqrt{\frac{E_1^2 + E_2^2}{2}}$$

iar pentru:

$$R_1 = R_2 \text{ şi } E_2 = 0: \quad R_0 = R_2 \sqrt{\frac{R_1}{R_1 + R_2}}.$$

Pentru un dipol reciproc de c.a., plecînd de la teoremele de variație pentru curent și tensiune în raport cu o latură modificabilă [4], transferul de putere are loc cu randament maxim dacă :

$$Z_0 = Z_i \sqrt{\frac{P_s^{sc}}{P_s^0}} \tag{20}$$

și

$$\sin \varphi_0 = \frac{1}{2\sqrt{P_s^0 P_s^{sc}}} [\Delta Q \cos \varphi_i - (P_s^0 + P_s^{sc}) \sin \varphi_i], \tag{21}$$

unde $\underline{Z}_i = Z_i \lfloor \underline{\varphi_i}$ este impedanța internă a dipolului pasivizat

$$\Delta Q = \Delta Q_E - \Delta Q_J.$$

Dacă o sursă ideală de tensiune transmite putere prin intermediul unui cuadripol pasiv, reciproc, nesimetric relațiile (20) și (21) devin :

$$Z_0 = \frac{Z_i}{Z_{e\,sc}} \sqrt{\frac{R_{e\,sc}}{G_{e\,0}}}; \tag{22}$$

$$\sin \varphi_0 = \frac{\sin(\varphi_{e\,sc} - \varphi_i) - Z_{e\,sc}\, Y_{e\,0} \sin\, (\varphi_{e\,sc} + \varphi_{e\,0})}{2\sqrt{R_{e\,sc}\, G_{e\,0}}} \tag{23}$$

unde $Z_{e\,sc}$ și $Y_{e\,0}$ sînt impedanța și, respectiv, admitanța de intrare la bornele sursei cînd sarcina este în scurtcircuit și, respectiv, în gol.

Dacă cuadripolul este simetric rezultă relațiile :

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R_{sc}}{G_0}}; \quad \sin \varphi_2 = -\frac{Y_0 Z_{sc} \sin (\varphi_{sc} + \varphi_0)}{2\sqrt{R_{sc}\, G_0}}. \tag{24}$$

Aplicație. În cazul transformatoarelor, se cunosc datele de catalog P_k, U_k, I_k, și P_0, U_0, I_0, de la încercările de scurtcircuit și, respectiv, de gol. În ipoteza că transferul de putere se studiază pe schema raportată la primar, considerată simetrică, aplicarea relațiilor (24) conduce la :

$$Z_0 = \frac{U_0}{I_k} \sqrt{\frac{P_k}{P_0}}; \quad \sin \varphi_2 = \frac{P_k Q_0 - P_0 Q_k}{2\, U_0\, I_k \sqrt{P_k P_0}}, \tag{25}$$

unde, de regulă, $U_0 = U_n$ și $I_k = I_n$.

Aceste relații sînt mai exacte decît cele uzuale, care neglijează variațiile de tensiune de la gol la plină sarcină. Dacă se adoptă această ipoteză, relațiile (25) conduc la :

$$P_{Cu} = P_k \frac{I^2}{I_k^2} = \frac{P_k}{I_k^2} I_k^2 \frac{P_0}{P_k} = P_0; \tag{26}$$

$$\sin \varphi_2 = \frac{R_k B_0 - G_0 X_k}{2\sqrt{R_k G_0}}; \tag{27}$$

unde (26) coincide cu teoria clasică, iar (27) conduce — pentru valorile uzuale — la valori foarte mici. fiind electiv zero dacă : $R_k B_0 = X_k G_0$.

5. Concluzii

Lucrarea prezintă conceptul de circuite echivalente intern, precizîndu-se condițiile necesare pentru echivalența internă.

Sînt prezentate o serie de relații și teoreme care permit stabilirea schemelor echivalente intern pentru circuitele de curent continuu. Pe baza acestor relații se pot evalua și pierderile interne ale circuitului original [2]. De asemenea, sînt prezentate cîteva din schemele echivalente intern pentru dipoli și multiporți de curent continuu.

Sînt prezentate condițiile de transfer de putere cu randament maxim pentru circuitele dipolare de c.c. și de c.a., însoțite de aplicații.

În lucrare sînt prezentate dificultățile ce apar în determinarea unor scheme echivalente intern pentru circuitele de c.a., problemă care rămîne în continuare deschisă.

BIBLIOGRAFIE

1 *P. Cristea, R. Tuduce*, „New equivalence theorems for liniar resistive dipoles", Rev. Roum Sci. Techn. — Electrotechn. et Energ., vol. 30, no 4, pp. 419—430, 1985.

2 *P. Cristea, F. Spinei, R. Tuduce*, „Comments on Reciprocity, Power Dissipation, and the Thévenin Circuit", IEEE Trans. on Circuits and Systems, vol. CAS—34. no. 10 pp. 1255—1257, october 1987.

3 *P. Cristea, F. Spinei, R. Tuduce*, Internally equivalent models of electrical multiports 7-th Int. Conf. on Control and Computer Science, Bucharest, vol. II, pp. 33—38, 27—30 may 1987.

4 *P. Cristea, F. Spinei*, „Power transfer în a.c multiports", Symposium of the Iassy Polytechnical Institute, Iassy, 16—17 mai 1986.

5 *F. Spinei*, „Determination of the maximum power transfer and of power transfer with maximum efficiency in networks with modifiable parameters. I. Resistive d.c. network", Rev. Roum Sci. Techn. — Electrotechn. et Energ., 16,3, pp. 435—446, Bucharest, 1971.

A Generalization of Electrical Network Equivalence Concept

Internally equivalent multiports are defined to have both the same port characteristics, (as externally equivalent multiports have), and the same total power generated by the internal sources. By using internally equivalent multiports, it is possible to simplify the structure of a given network, without modifying the power generated by its sources. As a consequence, after solving the simpler equivalent network, it is easy to compute such power related network parameters as the power transfer efficiency, or the internal heating of the network, without having to go back to the initial structure of the network. The paper presents the internally equivalent models of d.c. multiports and some results referring to a.c. multiports.

C.Z.: 621.313.33
621.313.32

FLUXUL MAGNETIC REPREZENTATIV UNIC AL MAȘINILOR ELECTRICE DE CURENT ALTERNATIV

N. GALAN *

Pe baza analizei inductivităților proprii și mutuale ale înfășurărilor mașinilor electrice se stabilește expresia fluxului magnetic reprezentativ. Prin particularizări se obțin fluxul magnetic reprezentativ pentru mașina sincronă, respectiv pentru mașina asincronă.

Pentru mașina asincronă se stabilesc schemele echivalente atît în sistemul de referință sincron cît și în sistemul de referință fix față de rotor. Se constată că pentru regimul permanent simetric cele mai simple scheme echivalente se obțin în sistemul de referință sincron.

1. Introducere

Utilizarea mașinilor electrice de curent alternativ în diferitele sisteme de acționări a impus dezvoltarea studiului regimurilor dinamice ale acestor mașini.

Analiza regimurilor tranzitorii efectuate cu ajutorul mărimilor reprezentative simplifică esențial calculele și permit obținerea ecuațiilor în regimul permanent prin particularizări simple în sistemul de referință sincron. Mărimile reprezentative permit o corelare directă cu calculul matricial, iar trecerea ecuațiilor dintr-un sistem de referință în alt sistem de referință se face cu multă operativitate. Mărimile reprezentative caracterizează o înfășurare polifazată printr-o singură ecuație diferențială; de subliniat că tensiunea magnetică rezultantă din întrefierul unei mașini electrice se află într-o corelație directă cu expresia curentului reprezentativ, ceea ce constituie baza unei interpretări fizice a mărimilor reprezentative.

Progresele înregistrate în tehnica circuitelor integrate și deci a convertizoarelor statice de frecvență, au impus metoda mărimilor reprezentative ca suport fizic al unor sisteme de reglare moderne.

În stabilirea ecuațiilor mașinilor electrice de curent alternativ un rol determinant îl are fluxul magnetic reprezentativ al înfășurării polifazate a cărui expresie depinde de tipul mașinii. În prezenta lucrare, se deduce și se analizează expresia fluxului magnetic reprezentativ unic din care se obține atît fluxul magnetic reprezentativ pentru mașina asincronă cît și fluxul magnetic reprezentativ pentru mașina sincronă.

---

* Conf. dr. ing., catedra Mașini electrice

Indicele unei mărimi de stare notat cu literă mare se referă la sistemul de referinţă în care este scrisă acea mărime.

2. Stabilirea expresiei fluxului magnetic reprezentativ unic

Pentru o înfăşurare polifazată fluxul magnetic reprezentativ are expresia

$$\varphi_S = \frac{2}{m}(\varphi_1 + a\varphi_2 + \ldots + a^{m+1}\varphi_m) \tag{1}$$

unde $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_m$ sînt fluxurile magnetice totale ale celor m faze ale înfăşurării polifazate, iar $a = e^{j2\pi/m}$. Pentru $m = 3$, se obţine mărimea φ_S pentru maşina trifazată

$$\varphi_S = \frac{2}{3}(\varphi_A + a\varphi_B + a^2\varphi_C) \tag{2}$$

unde

$\varphi_1 = \varphi_A$, $\varphi_2 = \varphi_B$, $\varphi_3 = \varphi_C$, conform notaţiilor uzuale.

Dacă rotorul este cu poli aparenţi atunci în funcţie de poziţia acestuia inductivităţile proprii şi mutuale variază periodic în raport cu sistemul de referinţă fix faţă de stator (FS); poziţia rotorului fiind determinată de coordonata unghiulară θ (fig. 1).

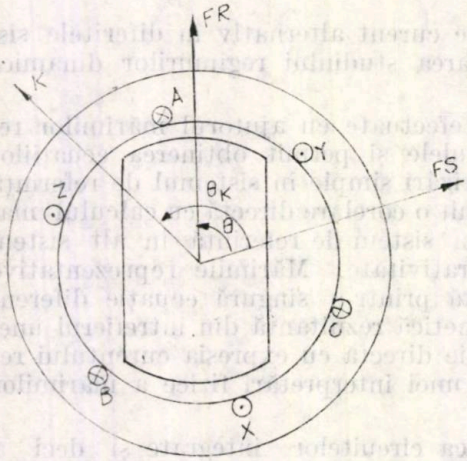


Fig. 1 — Schiţa unei maşini electrice trifazate avînd rotorul cu poli aparenţi

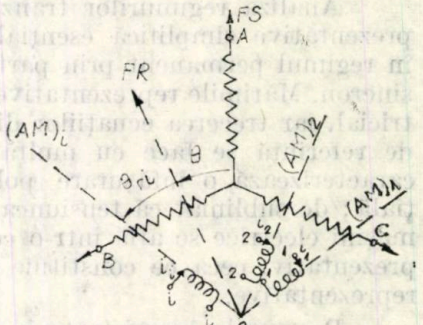


Fig. 2 — Axele sistemelor de referinţă şi axele magnetice (AM) ale înfăşurărilor

Inductivităţile proprii ale înfăşurărilor de fază statorice se pot pune sub forma :

$$L_{AA} = L_0 + \sum_{\nu} L_2 \cos 2\nu\theta, \quad \nu \in \mathbf{N}$$

$$L_{BB} = \varphi_0 + \sum_{\nu} L_2 \nu \cos 2\nu \left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \tag{3}$$

$$L_{CC} = L_0 + \sum_{\nu} L_{2\nu} \cos 2\nu \left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) \quad \nu \in \mathbb{N}$$

constanta $L_{2\nu}$ corespunde armonicii ν din curba tensiunii magnetice produsă de înfășurarea statorică de fază; θ este unghiul electric ($\theta = p\alpha$).

Inductivitățile mutuale între înfășurările statorice se prezintă sub forma:

$$L_{AB} = M_0 + \sum_{\nu} L_{2\nu} \cos 2\nu \left(\theta - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$L_{AC} = M_0 + \sum_{\nu} L_{2\nu} \cos 2\nu \left(\theta - \frac{4\pi}{3} - \frac{\pi}{3}\right) =$$

$$= M_0 + \sum_{\nu} L_{2\nu} \cos 2\nu \left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) \tag{4}$$

$$L_{BC} = M_p + \sum_{\nu} L_{2\nu} \cos 2\nu \left(\theta - \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{3}\right) = M_0 + L_{2\nu} \cos 2\nu\theta$$

Dacă pe rotor sînt dispuse n înfășurări, atunci, se consideră înfășurarea notată cu indicele i (fig. 2) a cărui axă magnetică face unghiul θ_{ri} cu axa longitudinală a rotorului considerată și axa sistemului de referință fix față de rotor (FR).

Inductivitatea mutuală dintre această înfășurare și înfășurările statorice, se pot pune sub forma:

$$M_{Ai} = \sum_{\nu} M_{i\nu} \cos \nu(\theta + \theta_{ri})$$

$$M_{Bi} = \sum_{\nu} M_{i\nu} \cos \nu \left(\theta + \theta_{ri} - \frac{2\pi}{3}\right) \tag{5}$$

$$M_{Ci} = \sum_{\nu} M_{i\nu} \cos \nu \left(\theta + \theta_{ri} - \frac{4\pi}{3}\right)$$

Inductivitatea proprie a înfășurării i este

$$L_{ii} = \sum_{\nu} L_{i\nu} \tag{6}$$

unde $L_{i\nu}$ corespunde armonicii ν din curba tensiunii magnetice produsă de înfășurarea rotorică parcursă de curentul i_i.

Fluxurile magnetice care înlănțuie înfășurările de fază AX, BY respectiv CZ sînt

$$\varphi_A = L_{AA} i_A + L_{AB} i_B + L_{AC} i_C + \sum_{i=1}^{n} M_{Ai} i_i$$

$$\varphi_B = L_{AB}i_A + L_{BB}i_B + L_{BC}i_C + \sum_{i=1}^{n} M_{Bi}i_i$$

$$\varphi_C = L_{AC}i_C + L_{BC}i_B + L_{CC}i_B + \sum_{i=1}^{n} M_{Ci}i_i \tag{7}$$

iar pentru înfășurarea de pe rotor de indice i fluxul magnetic este :

$$\varphi_i = \sum_{k=1}^{n} L_{ik}i_k + M_{Ai}i_A + M_{Bi}i_B + M_{Ci}i_C \tag{8}$$

$$i = 1,2,\ldots,n$$

Inductivitățile proprii și mutuale ale înfășurărilor rotorice (L_{ik}) sînt constante, nu depind de poziția rotorului (suprafața interioară a statorului este cilindrică).

Fluxurile magnetice φ_i sînt scrise în sistemul de referință fix față de rotor (FR).

Dacă se reține primii doi termeni din relațiile (3), (4) și primul termen din relațiile (5) atunci fluxul magnetic reprezentativ corespunzător înfășurării trifazate, are forma :

$$\varphi_S = (L_0 - M_0)i_s + \frac{3}{2}L_2 i_s^* e^{2j\theta} + \sum_{i=1}^{n} M_i i_1 e^{j(\theta+\theta_{ri})} \tag{9}$$

unde s-a notat :

$$L_2 = L_{21};\quad M_{i1} = M_i;\quad i_s = \frac{3}{2}(i_1 + ai_B + a^2 i_C),$$

$$i_S^* = \frac{2}{3}(i_A + a^2 i_B + ai_C)$$

În sistemul de referință rotoric, fluxul magnetic reprezentativ, are forma :

$$\varphi_{sR} = \varphi_S e^{-j\theta} = \varphi_d + j\varphi_q = (L_0 - M_0)i_{sR} + \frac{3}{2}L_2 i_{sR}^* + \sum_{i=1}^{n} M_i i_i e^{j\theta_{ri}} \tag{10}$$

unde,

$$\varphi_d = L_d i_d + \sum_{i=1}^{n} M_i i_i \cos\theta_{ri}$$

$$\varphi_q = L_q i_q + \sum_{i=1}^{n} M_i i_1 \sin\theta_{ri}$$

Fluxul magnetic reprezentativ φ_S este stabilit în sistemul de referință fix față de stator (FS).

Pentru efectuarea calculelor, este necesar ca fluxurile φ_S și φ_i să fie transcrise într-un același sistem de referință.

Expresia (9) reprezintă o generalizare a fluxului magnetic reprezentativ φ_S și poate fi particularizat pentru orice tip de mașină polifazată de curent alternativ.

În literatura de specialitate, fluxul magnetic reprezentativ, se calculează pentru fiecare tip de mașină.

Ca urmare a acestor constatări noua expresie stabilită pentru mărimea φ_S va fi denumită *flux magnetic reprezentativ unic*. În continuare se va avea în vedere mașina sincronă și mașina asincronă.

2.1. *Mașina sincronă trifazată*

În construcția normală, mașina sincronă are o înfășurare polifazată dispusă pe stator și mai multe înfășurări dispuse pe rotor (înfășurarea de excitație și înfășurări de amortizare).

Mașina sincronă convențională are o înfășurare de amortizare pe fiecare axă; în acest caz, în relația (9) se fac particularizările:

$$\theta_{r1} = \theta_{r2} = 0; \quad \theta_{r3} = \frac{\pi}{2}; \quad M_1 = M_e, \quad M_2 = M_D, \quad M_3 = M_Q \tag{11}$$

$$i_1 = i_e; \quad i_2 = i_D; \quad i_3 = i_Q$$

iar mărimea φ_S este transcrisă în sistemul de referință fix față de rotor (la mașina sincronă coincide cu sistemul de referință sincron K). După efectuarea calculelor, se obține:

$$\varphi_{sR} = \varphi_S e^{-j\theta} = (L_0 - M_0) i_{sR} + \frac{3}{2} L^{2i^*_{sR}} + M_e i_e + M_D i_D + j M_Q i_Q \tag{12}$$

Pentru înfășurările rotorice, din (8) și (11) rezultă

$$\varphi_e = L_e i_e + M_{eD} i_D + \frac{3}{2} M_e i_d; \quad i_{sR} = i_d + j i_q$$

$$\varphi_D = M_{eD} i_e + L_D i_D + \frac{3}{2} M_D i_d \tag{13}$$

$$\varphi_Q = L_Q i_Q + \frac{3}{2} M_Q i_Q$$

în (8) s-a notat:

$$\varphi_{11} = L_e; \quad L_{12} = L_{21} = M_{eD}; \quad L_{22} = L_D; \quad L_{13} = L_{23} = 0;$$
$$L_{33} = L_Q \tag{14}$$

Pentru mașina sincronă convențională, se obține

$$\begin{array}{ll} Axa\ d & Axa\ q \\ \varphi_d = L_d i_d + M_e i_e + M_D i_D & \varphi_q = L_Q i_q + M_Q i_Q \\ \varphi_e = \frac{3}{2} M_e i_d + L_e i_e + M_{eD} i_D & \varphi_D = \frac{3}{2} M_Q i_Q + L_Q i_Q \\ \varphi_D = \frac{3}{2} M_D i_d + M_{eD} i_e + L_D i_D & \end{array} \quad (15)$$

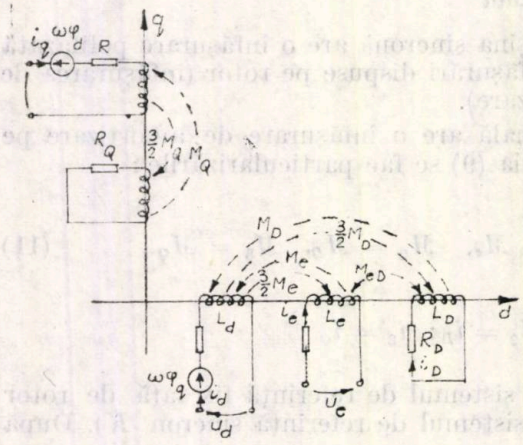


Fig. 3 — Schema electrică primitivă a mașinii sincrone

Aceste relații arată că circuitele rotorice în raport cu cele statorice sînt circuite nereciproce.

Ecuațiilor (15) le corespunde schema electrică primitivă din figura 3, care stă la baza construirii modelelor matematice pentru studiul mașinii sincrone.

Pentru regimul permanent $i_D = i_Q = 0$; $i_e = I_e$ și $i_{sR} = I\sqrt{2}$ unde $I = I_A$ adică curentul i_{sR} coincide cu reprezentarea în complex simplificat a curentului din faza AX, în afara factorului $\sqrt{2}$, (acest rezultat are loc numai în sistemul de referință sincron care la mașina sincronă este fix față de rotor). În regimul permanent, fluxul magnetic reprezentativ este

$$\varphi_{sR} = (L_s - M_0)\sqrt{2}\, I + \frac{3}{2} L_2 \sqrt{2}\, I^* + M_e I_e \quad (16)$$

$$I = I_d + I_q$$

În sistemul de referință sincron fluxul magnetic reprezentativ nu depinde de timp, (regimul permanent simetric).

Cu relația (16) se stabilesc cu ușurință ecuațiile mașinii sincrone în regim permanent simetric.

2.2. *Mașina asincronă trifazată*

La mașina asincronă atît statorul cît și rotorul sînt echipate cu înfășurări polifazate, în acest caz se are în vedere numai relația (9). Deoarece la mașina asincronă ambele armături sînt de forma cilindrică (suprafețele care definesc întrefierul) rezultă $L_2 = 0$, iar $L_0 - M_0 = L_s$,

$M_i = M_L = M_3 = M_m$, $m = 3$, $i_1 = i_a$, $i_2 = i_b$; $i_3 = i_c$; $\theta_{r1} = 0$; $\theta_{r2} = \frac{2\pi}{3}$; $\theta_{r3} = \frac{4\pi}{3}$; în aceste condiții, în sistemul de referință FS se obține fluxul magnetic reprezentativ statoric:

$$\varphi_S = L_s i_s + L_m i_r e^{j\theta}; \quad L_m = \frac{3}{2} M_m \tag{17}$$

Pentru înfășurarea trifazată rotorică, în sistemul de referință FR, se fac notațiile:

$$L_0 - M_0 = L_r, \; M_1 = M_2 = M_3 = M_m, \; m = 3, \; i_1 = i_A,$$

$$i_2 = i_B, \; i_3 = i_C, \; \theta_{ri} \text{ devine } \theta_{si} \text{ și } \theta_{s1} = 0,$$

$$\theta_{s2} = \frac{2\pi}{2}, \; \theta_{s2} = \frac{4\pi}{3}.$$

În aceste condiții, se obține

$$\varphi_r = L_r i_r + L_m i_s e^{-j\theta}; \quad e^{j(2\pi-\theta)} = e^{-j\theta} \tag{18}$$

coordonata unghiulară se măsoară de la FR în sens matematic pozitiv; în relația (9) indicele s s-a înlocuit cu indicele r.

Relațiile (17) și (18) sînt definite în sisteme de referință diferite; cele două expresii se vor transcrie în sistemul de referință sincron K

$$\begin{aligned} \varphi_{sk} &= \varphi_s e^{-j\theta_k} = L_s i_{sk} + L_m i_{rk} \\ L_{rk} &= \varphi_r e^{-j(\theta_k-\theta)} = L_r i_{rk} + L_m i_{sk} \end{aligned} \tag{19}$$

În regim permanent curenții reprezentativi, i_{sk} și i_{rk} devin

$$i_{sk} = I_1\sqrt{2}; \quad i_{rk} = I_2\sqrt{2} \tag{20}$$

unde $I_1 = I_A$ este reprezentarea în complex simplificat a curentului din faza AX, iar I_2 este reprezentarea în complex simplificat a curentului din faza ax.

Relațiile (20) evidențiază un fapt remarcabil care constă în aceea că cei doi curenți i_s și i_r de frecvențe diferite, în sistemul de referință sincron, coincid cu reprezentarea în complex simplificat a curenților din fazele de referință.

Relațiile (19) se pot scrie și sub forma:

$$\begin{aligned} \varphi_{sk} &= \sqrt{2}\left(L_{1\sigma} I_1 + \frac{w_1 k_{w1}}{w_2 k_{w2}} L_m I_\mu\right) \\ \varphi_{rk} &= \sqrt{2}\,(L_{2\sigma} I_2 + L_m I_\mu) \end{aligned} \tag{21}$$

unde $I_\mu = I_1 + I_2$ este ecuația curenților și constituie o relație între reprezentările în complex simplificat a celor trei curenți în sistemul de referință sincron. În acest sistem de referință relația de mai sus are și o semnificație fizică. Pentru regimul permanent cîmpul magnetic inductor (proporțional cu I_1) și cîmpul magnetic de reacție (proporțional cu I_2) au aceeași viteză unghiulară ($\Omega = 0$ în sistemul k) și se compun într-un cîmp magnetic rezultant, proporțional cu I_μ) care are aceeași viteză unghiulară Ω. Acest aspect este interpretat ca o raportare a frecvenței curenților rotorici la frecvența curenților statorici. De fapt este o echivalare a unor înfășurări cu alte înfășurări care produc același cîmp magnetic în întrefier.

Metoda de calcul este aceeași și cînd înfășurarea are m faze

Deoarece înfășurările mașinii asincrone formează un sistem de circuite reciproc se poate stabili schema echivalentă cu mărimi reprezentative pe baza relațiilor (17) și (18) și a ecuațiilor de tensiuni scrise în sis-

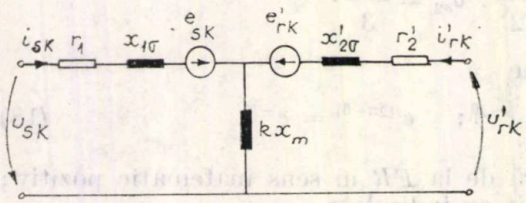


Fig. 4—Schema echivalentă cu mărimi relative a motorului asincron trifazat în sistemul de referință sincron

temul de referință sincron. În figura 4 se prezintă schema echivalentă în sistemul de referință sincron; această schemă pentru regimul permanent se simplifică mult, (mărimile de stare sînt constante în timp).

În sistemul de referință fix față de rotor schema echivalentă se prezintă în figura 5. În sistemul de referință FR, tensiunea electromotoare de mișcare indusă în circuitul rotoric este nulă, ($e_{rR} = 0$), iar t.e.m. de

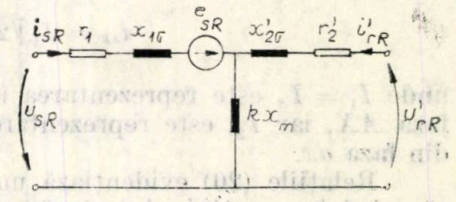


Fig. 5 — Schema echivalentă cu mărimi relative a motorului asincron în sistemul de referință fix față de rotor

mișcare indusă în circuitul statoric este diferită de zero ($e_{sR} \neq 0$); în sistemul de referință FS rezultă $e_{sS} = 0$ și $e_{rS} = 0$. Pentru regimul permanent, curenții sînt :

$$i_{sR} = i_s\, e^{-j\theta} = I_1 \sqrt{2}\, e^{j(\omega_1 t + \varphi_1)} \cdot e^{-j[\omega_1(1-s)]} = I_1 \sqrt{2}\, e^{j(\omega_1 s + \varphi_1)}$$

$$i_r = I_2 \sqrt{2}\, e^{j(\omega_1 s + \varphi_2)} \qquad (22)$$

Similar, se calculează și celelalte mărimi, se constată că atît mărimile de stare statorice cît și mărimile de stare rotorice, în acest sistem de referință au pulsația $s\omega_1 = \omega_2$.

Dacă mărimile de stare sînt transcrise în sistemul de referință fix față de stator rezultă că în regim permanent au pulsația ω_1.

Se constată că schema echivalentă cea mai simplă pentru regimul permanent se obține în sistemul de referință sincron.

3. Concluzii

Pe baza analizei inductivităților proprii și mutuale ale înfășurărilor mașinilor electrice se stabilește expresia fluxului magnetic reprezentativ unic care poate fi particularizat pentru orice mașină polifazată de curent alternativ. Modul de abordare al problemei este același indiferent de numărul de faze și de numărul termenilor care se reține din expresia inductivităților proprii și mutuale. În regim permanent se dau interpretări riguroase diferitelor relații (de exemplu, ecuația curenților, referitor la mașina asincronă). Pentru regimul permanent, cele mai simple scheme echivalente se obțin în sistemul de referință sincron. Relațiile analizate permit stabilirea frecvenței (pulsației) mărimilor de stare în orice sistem de referință.

BIBLIOGRAFIE

1. *A. Kelemen*, Acționări electrice, EDP, București, 1979

2. *N. Galan, C. Ghiță, M. Cistelecan*, Mașini electrice, EDP, 1981

3. *N. Galan*, Considerații cu privire la mărimile reprezentative din teoria mașinilor electrice, EEA, Electrotehnica nr. 2, 1979.

4. *N. Galan*, Sisteme de referință și mărimi reprezentative, SIMECS'83

5. *I. I. Treșcev* ,Electromehaniceskie protesi v mașinah peremenovo toka, Energhia, Leningrad, 1980

6. *A. Kelemen, M. Imecs*, Sisteme de reglare cu orientare după cînp ale mașinilor de curent alternativ, lit. I. P. Cluj-Napoca, 1987.

7. *N. Galan*, Considerations concerning the behaviour of the threephase asynchronous motor — static frequency convertor system, CNAE'88 — Timișoara.

The Unique Representative Magnetic Flux of the ac Electrical Machines

On the basis of the own and linkage inductivities of the electrical machines windings one establishes the expression of the representative magnetic flux. By particularizing, one obtains the representative magnetic flux for the synchronous and, respectively, induction machines.

For the induction machine establishes the equivalent circuits both in a synchronous reference system and in a reference system fix with respect to the rotor. One finds out that for the symmetrical steady — static operation the simplest equivalent circuits are obtained in the synchronous reference system.

C.Z.: 621.315.61

STRĂPUNGEREA RĂȘINILOR EPOXIDICE SUB ACȚIUNEA FLUXURILOR DE ELECTRONI (ARBORESCENTE)

P. NOȚINGHER*

După o prezentare a acțiunii descărcărilor parțiale asupra izolanților solizi se analizează influența fluxurilor de electroni asupra străpungerii rășinilor epoxidice. Se prezintă fenomenul de arborescență și se analizează, pe larg, influența caracteristicilor procesului de iradiere și a structurii fizico-chimice a probelor asupra dezvoltării arborescențelor și străpungerii corpurilor.

1. Introducere

O parte importantă a înfășurărilor mașinilor (de la micromotoare la motoare și generatoare de puteri mari și foarte mari), transformatoarelo (uscate, de măsură) și aparatelor electrice (electromagneți, aparate de măsură) conțin lacuri, adezivi și masticuri, laminate, ranforsate, mase de turnare etc. pe bază de rășini expoxidice.

În timpul funcționării, sistemele de izolație sînt supuse acțiunii unor solicitări electrice, mecanice și la radiații (simple și/sau combinate) a căror intensitate poate atinge valori relativ mari. Astfel, în zonele rotunjite ale izolațiilor barelor statorice ale mașinilor de puteri mari, valorile intensității cîmpului electric $\bar{E}$ pot depăși de cîteva ori valorile corespunzătoare porțiunilor drepte ale acestora $\bar{E}_0$ [1]. Mai mult, dacă conductoarele prezintă muchii ascuțite și/sau protuberanțe, în zonele din izolație aflate în vecinătatea acestor defecte, valorile lui $\bar{E}$ pot depăși cu cîteva ordine de mărime pe cele ale lui $\bar{E}_0$ [2]. Situații similare se întîlnesc și la transformatoarele de măsură înglobate în mase de turnare pe bază de rășini epoxi, îndeosebi în zonele din vecinătatea ecranelor de înaltă tensiune (realizate din straturi de grafit sau din bandă de cupru) și a înfășurărilor primare (din bandă de cupru).

Dacă intensitatea cîmpului electric depășește o valoare critică E_c, în cavitățile din interiorul izolațiilor și/sau dintre izolații și conductoare se produc descărcări parțiale (caracterizate prin sarcini și energii reduse și a căror intensitate depinde de mărimea și frecvența cîmpului electric, de dimensiunile cavităților, de presiunea gazelor din cavități etc. [3], [4]). Aceste descărcări determină o reducere importană a proprietăților și duratelor de viață ale izolațiilor datorită bombardării pereților cavităților cu purtători de sarcină, creșterii temperaturii și presiunii gazelor

* Șef lucrări dr. ing., catedra Mașini electrice

din cavităţi, producerii de radiaţii ultraviolete, iniţierii şi intensificării unor reacţii chimice de degradare a polimerilor, aglomerării purtătorilor de sarcină şi producerii unor cîmpuri electrice foarte intense etc. [5].

Pentru studierea acţiunii descărcărilor parţiale asupra izolanţilor se utilizează celule cu acţiune localizată sau globală [6] şi se determină durata de viaţă a izolanţilor sau dependenţa dintre mărimile caracteristice descărcărilor (sarcina aparentă, valoarea medie pătratică a intensităţii curentului, energia, numărul de impulsuri, amplitudinea celei mai mari descărcări etc.) şi mărimile care caracterizează efectele acestora (adîncimea de eroziune a suprafeţelor expuse, volumul materialului erodat, pierderile de masă, modificarea structurii fizico-chimice, iniţierea şi dezvoltarea unor canale de străpungere etc.).

În lucrările [7] şi [8] s-a arătat că, dacă există cavităţi în zonele de contact dintre izolanţi şi electrozi, iar densitatea superficială a energiei medii transmise în unitatea de timp izolantului p_s depăşeşte valoarea critică p_{sc}, in interiorul izolantului se iniţiază şi se dezvoltă arborescenţe şi canale de străpungere. O verificare experimentală a existenţei acestor fenomene a fost prezentată în [5]. În lucrarea de faţă se analizează comportarea răşinilor epoxidice la acţiunea fasciculelor de electroni lenţi, ale căror energii (sub 44 keV) sînt apropiate de cele corespunzătoare descărcărilor parţiale care se produc în izolaţiile maşinilor electrice (de medie şi înaltă tensiune) pe bază de răşini epoxidice.

2. Efectele fizico-chimice ale iradierii cu electroni

Transformările fizico-chimice produse în probele iradiate cu fascicule de electroni se datorează transferului de energie de la fascicule la corpuri [9]. În general, energia electronului incident se distribuie astfel:

a) Unor particule secundare (electroni, fotoni de energie mare în raport cu energiile de legătură interatomice (şi care constituie radiaţii secundare);

b) Pentru excitarea unor niveluri atomice care conduc la eliberarea unor electroni (ionizare) sau la desfacerea unor legături de valenţă (formare de radicali). Fiecare centru de interacţiune absoarbe între 0,1 şi 20eV, energie eliberată, ulterior, prin procesele reciproce de neutralizare, recombinare şi dezexcitare;

c) Transferului de energie cinetică prin ciocniri elastice, valoarea sa (primită de fiecare centru de interacţiune) fiind inferioară pragului de excitare sau de ionizare. Această energie intensifică vibraţiile termice — conducînd la creşterea temperaturii — şi este cedată mediului ambiant (mai ales) prin conducţie termică.

Acţiunea radiaţiilor electronice se concretizează în apariţia ionilor, radicalilor şi moleculelor excitate, din care rezultă, în final, produşi de radioliză stabili (măsurabili). *Moleculele excitate* — obţinute prin transfer de energie ($A \rightarrow A^*$) sau prin neutralizarea ionilor ($A^+ + e^- \rightarrow A^*$) — conţin stări electronice la niveluri superioare stărilor fundamentale. Fiind instabile, ele trec în stări fundamentale prin fluorescenţă, conversie internă neradiativă, transfer de energie către moleculele vecine, disociere macromoleculară şi/sau reacţii bimoleculare.

Ionii ($A \rightarrow A^+ + e^-$) participă la o serie de reacții (dînd naștere unor produși chimici noi (de radiolizã)), cele mai importante fiind : recombinarea ($A^+ + e^- \rightarrow A^*$), disocierea ($(A^+)^* \rightarrow M^+ + N$), transferul de sarcină ($A^+ + B \rightarrow A + B^+$), reacții ion-moleculă ($A^+ + B \rightarrow C^+ + D$, produse în medii condensate : prin extragerea unui atom de hidrogen, ruperea sau formarea unor legături moleculare etc.) etc.

Radicalii liberi — atomi sau molecule cu electroni neimperecheați (disponibili pentru formarea unei noi legături chimice) — au o mare reactivitate chimică și durată de viață scurtă. În funcție de structura lor, radicalii participă la diferite reacții, cele mai importante fiind recombinarea, extragerea de atomi de hidrogen, adiția de molecule etc.

Adîncimea de pătrundere a electronilor h depinde atît de valorile energiei pe care ei o posedă, cît și de structura fizico-chimică a corpurilor iradiate.

Într-o serie de lucrări este analizată comportarea polimerilor la acțiunea fasciculelor de electroni ; sînt evidențiate efectele termice și mecanice ale iradierii [10], formarea unor aglomerări de sarcină spațială [11], apariția și dezvoltarea arborescențelor electrice [12] — [15]. În cele ce urmează se prezintă unele rezultate referitoare la inițierea și dezvoltarea arborescențelor în rășinile epoxidice, precum și condițiile în care — prin iradierea cu fluxuri de electroni — se produc canale de străpungere.

3. Condiții de experimentare

Încercările experimentale s-au efectuat cu ajutorul instalației prezentate în figura 1. Accelerarea electronilor (emiși de un filament de wolfram) se face în incinta vidată (1), tensiunea de accelerare putînd lua valorile : 33, 37,5 și 44 kV. Pentru obținerea vidului se utilizează o pompă rotativă (cu care se realizează o presiune de 10^{-3} torr) și, apoi, o pompă de difuzie (obținîndu-se o presiune sub 10^{-5} torr).

Probele — de formă paralelipipedică, cu lungimea de 15 mm, lățimea 10 mm și grosimi cuprinse între 1,5 și 4 mm — au fost introduse prin fereastra (2) și fixate (cu baza) pe un suport orizontal metalic, fasciculul de electroni căzînd normal pe suprafața probei. Pentru confecționarea probelor s-au utilizat 3 sorturi de rășini epoxidice, notate cu F, R și T. Probele de tip F (rășină utilizată pentru aglo-

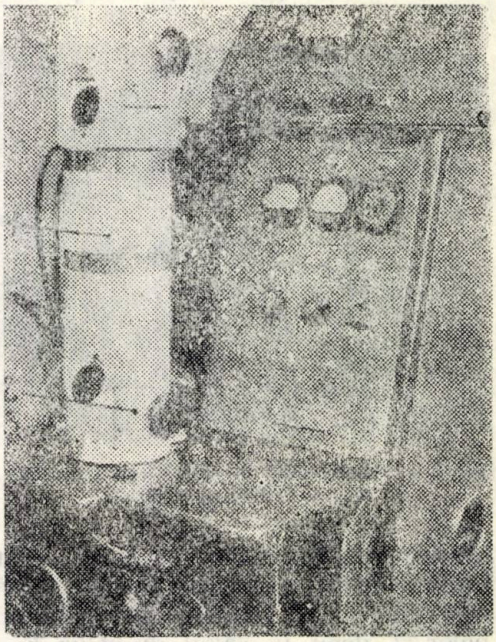


Fig. 1 — Instalație pentru iradierea probelor : 1 — incintă vidată, 2 — fereastră pentru introducerea probelor, 3 — șuruburi micrometrice.

merare și încleiere) s-au realizat din componente Alsthom (Franța): rășină 15637 (100 părți) + catalizator *F* și solvent MEC (metil — stil — cetonă). Polimerizarea s-a efectuat în etuvă, timp de 6 h la 160°C.

Probele de tip *R* (rășină utilizată pentru încleiere) s-au realizat din componente indigene: DINOX 01OL și anhidridă dodecasuccinică, prin același procedeu ca și pentru probele *F*. Probele *T* (rășină de turnare) s-au obținut din DINOX 01OL (89—90 părți) și anhidridă trimelitică (11—10 părți), amestecul efectuîndu-se la 90 — 100°C și ratîndu-se timp de 8 h, la 130—140 °C.

Suprafețele bazelor probelor au fost prelucrate prin șlefuire cu benzi de granulație fină (sub 6 μm), pentru a deveni cît mai netede și transparente. Fețele opuse celor iradiate au fost acoperite cu un strat de argint coloidal, realizîndu-se un electrod care a fost legat la borna de „Pămînt" a instalației.

Deplasarea probelor în incinta vidată s-a făcut (cu șuruburile micrometrice (3)) după două direcții perpendiculare, viteza de deplasare variind între 0,15 și 0,3 mm/s.

4. Descărcări generate prin iradiere. Arborescențe

Analizînd probele iradiate — prin microscopie optică și/sau electronică — s-a constatat existența, pe suprafețele și în interiorul acestora, a unor arborescențe mai mult sau mai puțin dezvoltate (fig. 2). Forma și dimensiunile arborescențelor depind de natura și structura fizico-chimică a probelor, de caracteristicile procesului de iradiere (tensiunea de accelerare U_{ir}, durata iradierii t_{ir}, starea vidului), de concentrația defectelor, de natura, durata și intensitatea solicitărilor anterioare la care au fost supuse probele etc.

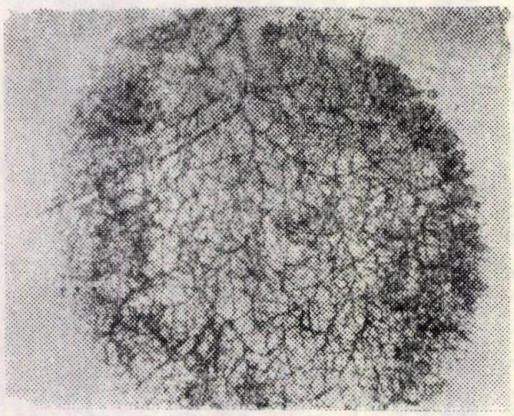
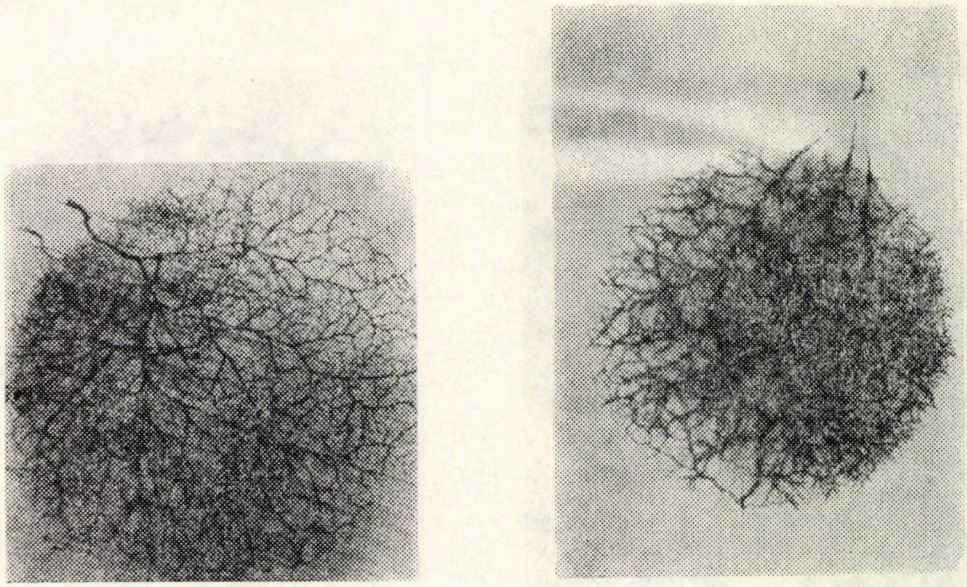


Fig. 2 — Arborescență în rășină epoxi (probă *T*, $U_{ir} = 44$ kV, $t_{ir} = 60$ s).

4.1. *Inițierea arborescențelor*

Inițierea arborescențelor se produce în zonele în care probele prezintă defecte de suprafață (fig. 3) și/sau de volum: cavități deschise (fig. 4) și/sau închise (cu gaz) (fig. 5), fisuri (fig. 6), cratere (fig. 7) etc., defecte care apar în procesele de fabricație a izolațiilor. În afara acestor defecte „proprii", procesul de iradiere însuși generează defecte de volum; fisuri cu baza pe suprafețele iradiate (fig. 8) (numărul lor fiind întotdeauna mai redus în cazul probelor *T* decît în cazul probelor *F* și *R*).

Inițierea arborescențelor în probele iradiate se datorează, pe de o parte, reducerii proprietăților mecanice ale probelor (corespunzătoare



a) b)

Fig. 3. — Iniţierea arborescenţei pe defecte de suprafaţă : a) probă *T*, b) probă *F*

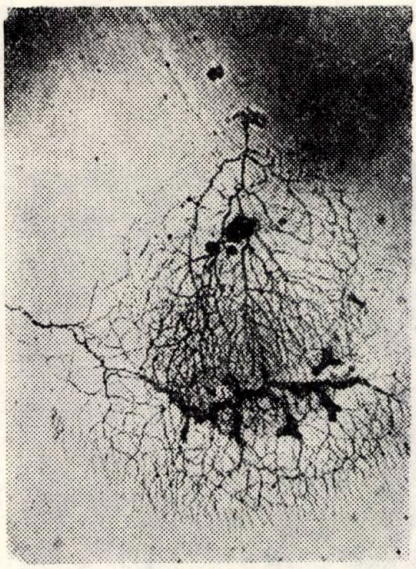


Fig. 4 — Iniţierea arborescenţelor din cavităţi semiînchise sau deschise (probă *R*).

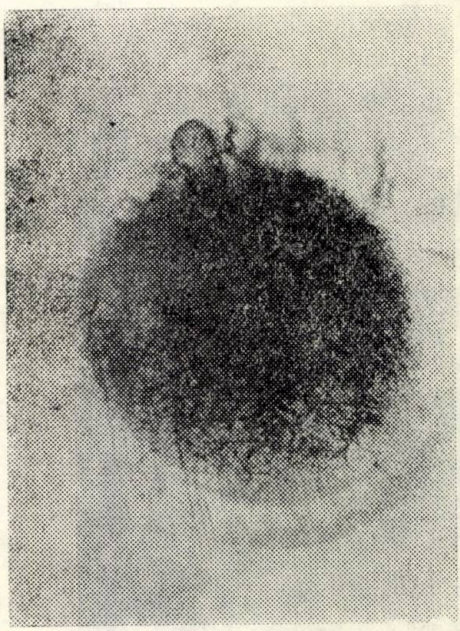


Fig. 5 — Iniţierea arborescenţelor din cavităţi închise (probă *T*)

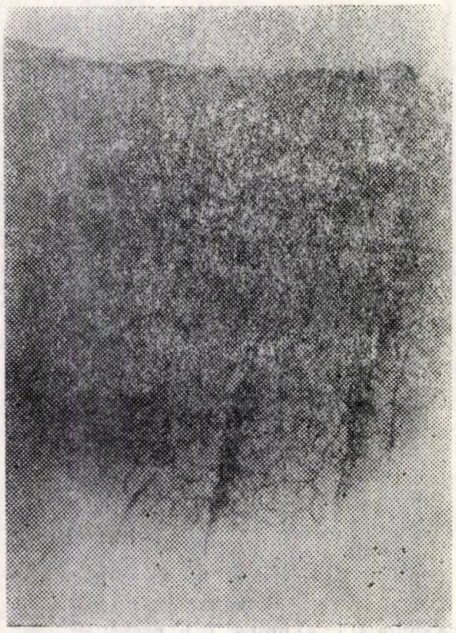


Fig. 6 — Arborescență inițiată într-o zonă cu fisuri (probă *T*)

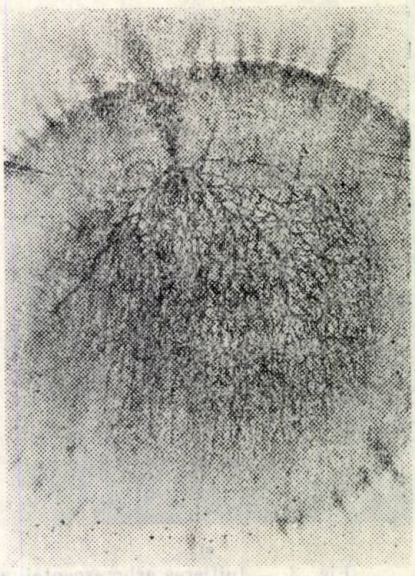


Fig. 7 — Arborescență inițiată într-un crater (probă *R*)

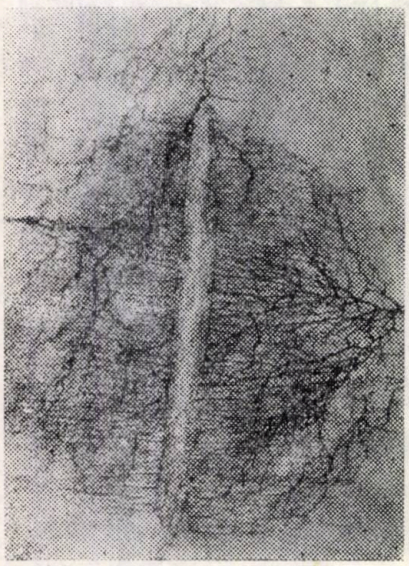


Fig. 8 — Fisură produsă prin procesul de iradiere

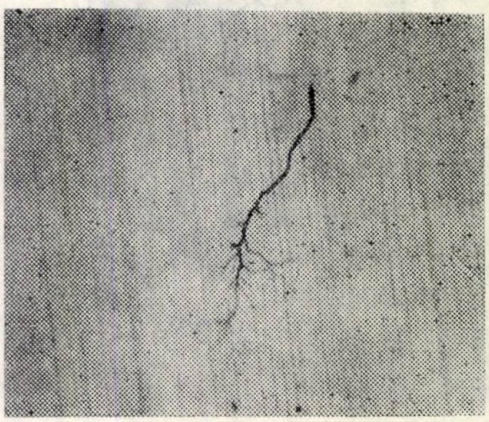


Fig. 9 — Arborescență în faza incipientă: formarea primului canal ($U_{fr} = 44$ kV, $t_{fr} = 15$ s)

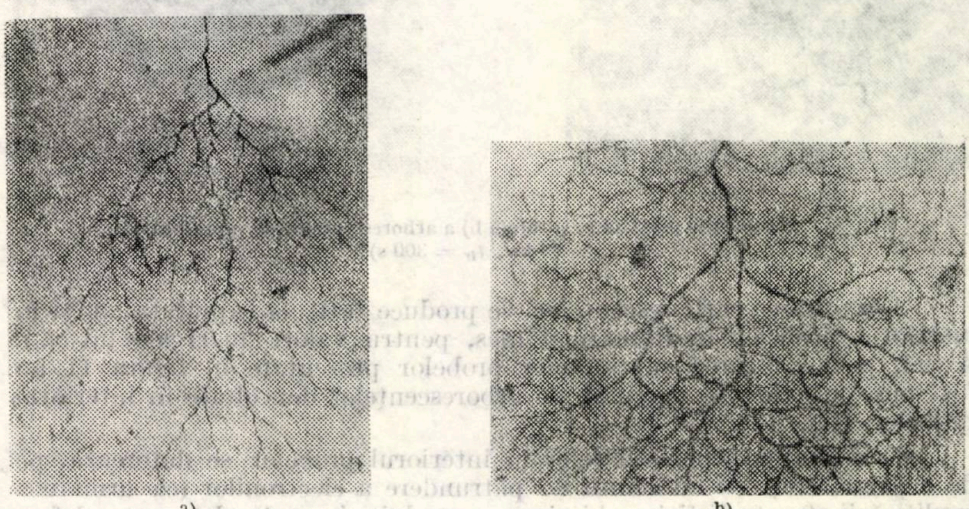
energiei absolute de la purtătorii de sarcină) și, pe de altă parte, aglomerărilor de electroni în zonele cu defecte.

Aglomerările de electroni determină apariția unor cîmpuri electrice intense care provoacă străpungeri locale intrinseci. Drept urmare, apar rețele de canale de secțiuni foarte reduse, dar care — datorită scurgerii, prin ele, a electronilor — își măresc continuu conductivitatea electrică și dimensiunile, formînd o arborescență.

Durata de inițiere t_i a arborescenței reprezintă intervalul de timp scurs de la aplicarea tensiunii și pînă la apariția primei descărcări, respectiv a primului canal (fig. 9). Acest interval nu a fost determinat experimental, inițierea arborescențelor nefiind sesizată direct (ca în cazul metodei ac-plan [5]). Din acest motiv, pentru caracterizarea fenomenului de arborescență s-au utilizat doar parametrii caracteristici dezvoltării arborescențelor.

4.2. *Dezvoltarea arborescențelor*

În vederea studierii modului de dezvoltare în timp a arborescențelor s-au efectuat fotografii ale acestora, pentru diferite valori ale duratei de iradiere t_{ir} : 15 s (fig. 9), 30 s (fig. 10.a), 45 s (fig. 10. b) și 60 s (fig. 2) etc. Valoarea tensiunii de accelerare a fost $U_{ir} = 44$ kV, iar densitatea superficială de putere transmisă probelor (calculată în funcție de intensitatea curentului corespunzător fasciculului, de aria suprafeței normale și de U_{ir}) — $p_s = 56$ kW/m^2.



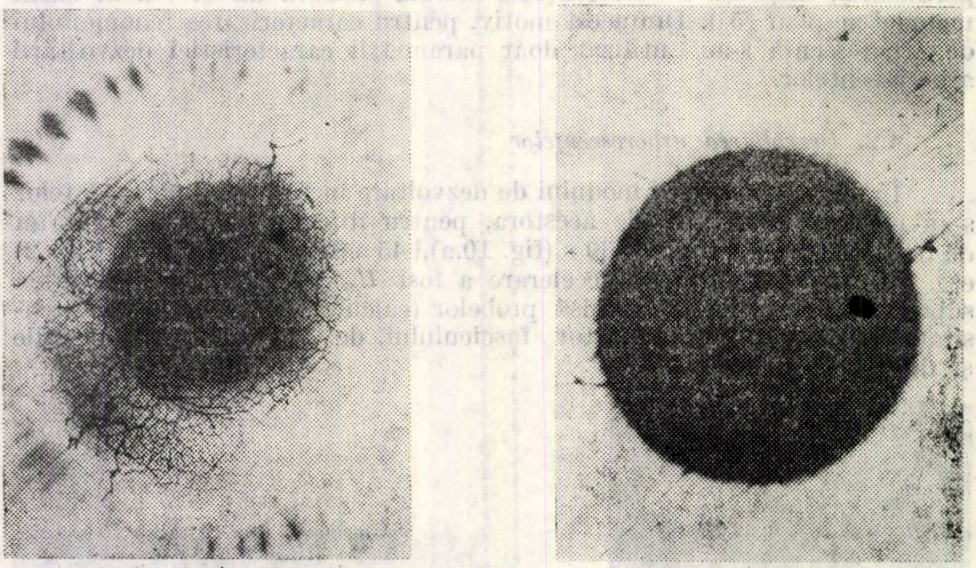
a) b)

Fig. 10 — Dezvoltarea arborescenței după 30 s (a) și 45 s (b) ($U_{ir} = 44$ kV)

Din analiza rezultatelor s-a constatat că, la început, arborescențele se dezvoltă mai mult în lungime — prin dezvoltarea unui canal principal și a cîtorva canale secundare (fig. 9) — și, în general, într-un strat de grosime redusă de la suprafața iradiată. După ce lungimea arborescenței ajunge la o valoare critică l_c — apropiată de diametrul secțiunii normale a fasciculului D —, arborescențele se dezvoltă și în lățime și în adîncime :

apar numeroase canale secundare, iar densitatea de ramuri crește mult mai repede.

Dacă durata de iradiere depășește o anumită valoare $t_{ir,c}$ (dependentă de densitatea de putere; de exemplu, 300 s), arborescențele superficiale dispar: în centrul suprafeței iradiate apare o pată de culoare închisă (fig. 11. a) care se dezvoltă pînă ce acoperă întreaga bază a cilindrului în care se dezvoltă arborescența (fig. 11. b). Acest fenomen se datorează creșterii locale a temperaturii, respectiv distrugerii legăturilor intermoleculare ale corpului (eventual, „carbonizării" locale a acestuia).



a) b)

Fig. 11 — Dispariția parțială a) și totală b) a arborescențelor de suprafață (U_{ir} = = 44 kV, t_{ir} = 300 s)

Dezvoltarea arborescențelor se produce atît la suprafața cît și în interiorul probelor iradiate (mai ales, pentru valori mari ale lui t_{ir}). Astfel, prin polizarea suprafețelor probelor prezentate în figura 11 au fost puse în evidență porțiuni ale arborescențelor dezvoltate în interiorul probelor (fig. 12).

Dezvoltarea arborescențelor în interiorul probelor se datorează, pe de o parte, creșterii adîncimii de pătrundere a electronilor (ca urmare a modificării structurii fizico-chimice a corpului) și, pe de altă parte, defectelor de volum existente în interiorul probelor (în care se produc aglomerări de purtători de sarcină și, deci, cîmpuri electrice foarte intense).

Unghiurile medii φ sub care se dezvoltă canalele secundare față de direcția canalului principal iau valori diferite de la un tip de probe la altul. Astfel, $\varphi = 55°$ — pentru probele T și $\varphi = 85°$ — pentru probele R (existînd și o serie de valori mai mari de 90°). Remarcăm că, în cazul unor probe R depozitate cca. 6 luni, valorile lui φ s-au redus la 70—75° (ca urmare a încheierii procesului de polimerizare).

Pentru caracterizarea stadiului de dezvoltare a arborescențelor s-au utilizat 2 parametri: dimensiunea liniară medie (lungimea medie l_m sau diametrul mediu D_m) și densitatea de ramuri d_r. Densitatea de ramuri reprezintă suma segmentelor ramurilor dintr-un volum dat și se calculează cu relația

$$d_r = 2N/g \text{ (ramuri/mm}^2\text{)},$$

unde N reprezintă numărul punctelor de intersecție ale ramurilor cu o rețea de linii ortogonale și echidistante de lungime totală L, iar g — distanța dintre planul suprafeței iradiate și ultimul plan (orizontal) care intersectează frontul arborescenței.

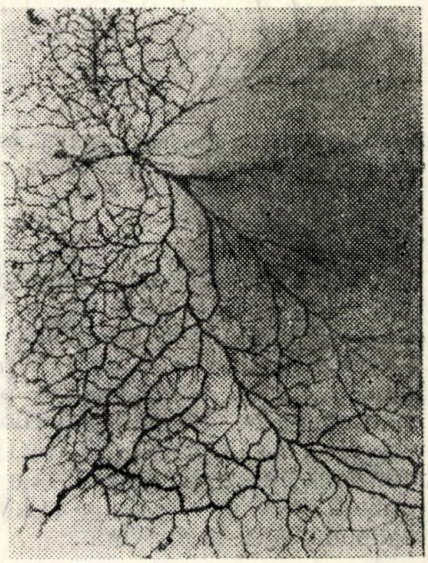


Fig. 12 — Arborescență dezvoltată în interiorul probei T, sub stratul iradiat direct ($U_{ir} = 44$ kV, $t_{ir} = 300$ s).

5. Dependența dezvoltării arborescențelor de diverși factori

5.1. *Influența tensiunii de accelerare* U_{ir}. Creșterea valorilor lui U_{ir} determină o creștere importantă a valorilor densității de ramuri. Astfel, în cazul probelor R (de grosime $h = 2$ mm și $t_{ir} = 300$ s), creșterea lui U_{ir} de la 33 kV la 44 kV a determinat o creștere a valorilor lui d_r de peste 1,4 ori. Pe de altă parte, se constată și o creștere a valorilor lui φ și o modificare accentuată a culorii suprafețelor iradiate. Aceste fenomene se datorează creșterii energiei medii a electronilor incidenți, respectiv a lui p_s (cu 33%), a temperaturii zonei iradiate și a adîncimii de pătrundere.

5.2. *Influența duratei de iradiere* t_{ir}. Cu creșterea valorilor lui t_{ir} cresc dimensiunile medii și densitatea de ramuri ale arborescențelor. Lungimea l_m crește foarte repede în prima parte a experienței, ajungînd la o valoare apropiată de valoarea maximă l_M (fig. 13), apoi variațiile sale sînt foarte reduse — apărînd în schimb, o creștere importantă a valorilor lui d_r (fig. 14).

Creșterea valorilor lui l_m se datorează acumulării continue, în timp, a sarcinii electrice și reducerii proprietăților mecanice ale probelor. După atingerea unei anumite valori a lui l_m arborescența se dezvoltă în interiorul probei, fapt ce determină o creștere a valorilor lui d_r.

5.3. *Influența densității de putere* p_s. Creșterea valorilor lui p_s determină o reducere a valorilor lungimii maxime l_M: pentru probele $R(t_{ir} = 60$ s), mărirea lui p_s de la 56 la 80 kW/m² a determinat o reducere a valorilor lui l_M de la 1,25 la 0,76 mm. Dacă $p_s > 100$ kW/m², în zonele iradiate se produc transformări fizico-chimice importante. Astfel, în pro-

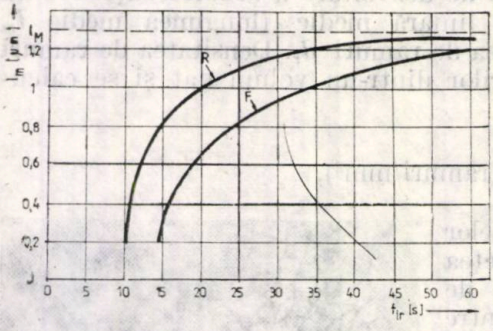


Fig. 13 — Variația lungimii medii a arborescențelor l_m cu durata de iradiere t_{ir} pentru probe R și F

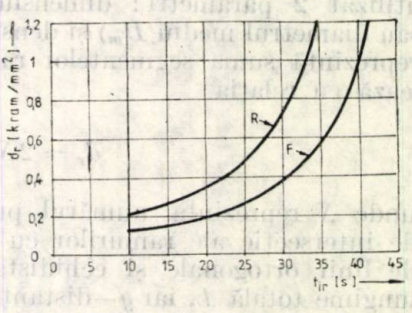
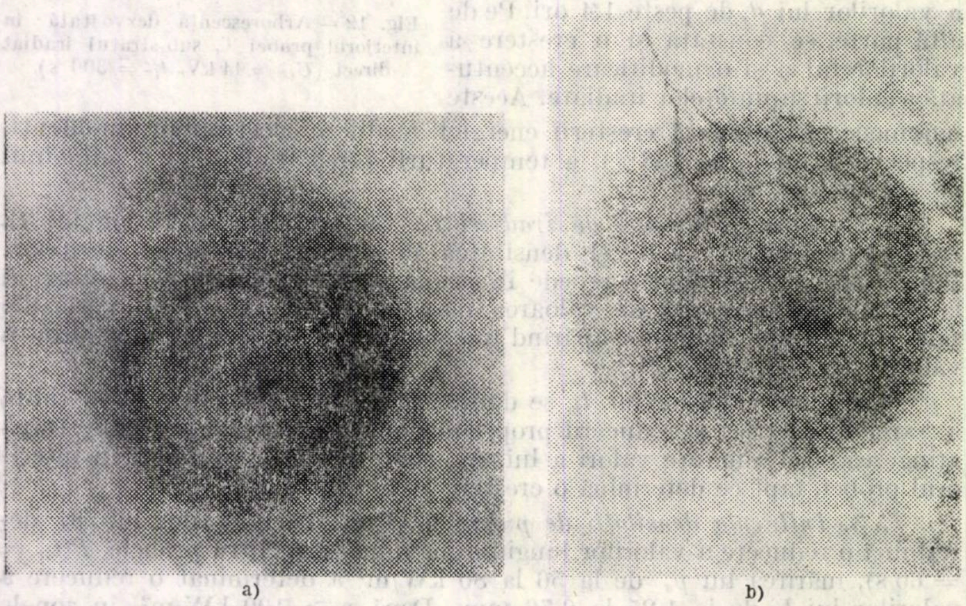


Fig. 14 — Variația densității de ramuri d_r cu durata de iradiere t_{ir} pentru probe R și F

bele R se produc înmuieri (fig. 15. a) sau topiri locale ale zonelor iradiate (fig. 15. b), iar în cazul probelor T se remarcă înnegriri complete ale suprafețelor iradiate (fig. 11.b). În toate aceste cazuri arborescențele se dezvoltă în interiorul probelor.

5.4. *Influența focalizării fasciculului.* Reducînd diametrul fasciculului D crește densitatea de putere transmisă probei ($p_s \sim D^{-2}$), ceea ce conduce la creșterea valorilor lui l_m (mai ales pentru $t_{ir} < 30$ s) și, respectiv, a valorilor lui d_r (mai ales, pentru $t_{ir} > 30$ s). Pe de altă parte, reducerea lui D determină și o micșorare a lungimii maxime l_M: pentru probe R ($t_{ir} = 60$ s și $U_{ir} = 44$ kV), l_M scade de la 1,22 la 1,01 mm cînd D scade de la 1 la 0,8 mm.



a) b)

Fig. 15 — Apariția unei zone înmuiate (a) și a unor bule de material topit și gaze (b) în probe R

5.5. *Influența naturii chimice.* Atît formele cît și dimensiunile (fig. 13) și densitatea de ramuri (fig. 14) ale arborescențelor depind de natura chimică a probelor. De exemplu, pentru $U_{ir} = 44$ kV, $p_s = 56$ kW/m^2 și $t_{ir} = 60$ s rezultă $d_r = 4{,}3$ kram./mm^2 — pentru probele T, 1,8 kram./mm^2 — pentru R și 1,65 kram./mm^2 — pentru F.

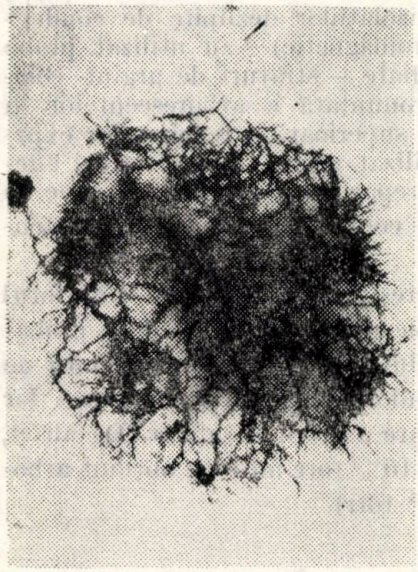


Fig. 16 — Arborescență dezvoltată într-o probă R ($t_{ir} = 300$ s)

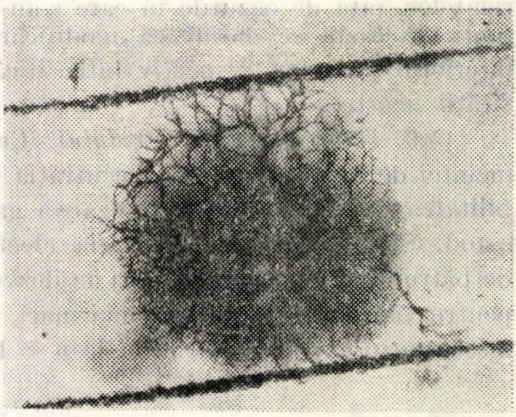


Fig. 17 — Arborescență dezvoltată într-o probă F ($t_{ir} = 30$ s)

Se constată, de asemenea, că φ ia valori mai mari în cazul probelor R decît în cazul probelor T, iar arborescențele se dezvoltă mai mult în interior decît pe suprafețele iradiate — diametrele canalelor fiind, în primul caz, mai mari (fig. 16). În cazul probelor T (de densitate mai mare decît R), arborescențele se dezvoltă într-un strat mai subțire (h_p fiind mai redus), d_r este mai mare (fig. 2), iar canalele rezultate au diametre mai reduse.

5.6. *Influența structurii fizice.* Existența unor pori sau a unor bule de gaze favorizează apariția și dezvoltarea arborescențelor. Astfel, în cazul unor probe R cu concentrație mare de microcavități (pori) cu gaze, arborescențele s-au dezvoltat cu precădere în interiorul probelor, iar lungimea medie a prezentat valori maxime superioare probelor fără pori.

Dacă în zona iradiată există mai multe defecte, arborescențele pot avea mai multe puncte de plecare (fig. 3. a și 4). De asemenea, existența pe suprafața probelor a unor zgîrieturi mărește probabilitatea de inițiere a arborescențelor. De exemplu, în cazul probelor F, pentru $U_{ir} = 37{,}5$ kV și $p_s = 52$ kW/m^2 nu s-au obținut arborescențe după $t_{ir} = 180$ s; provocînd însă cîteva zgîrieturi (cu un ac de 4 μm) s-au obținut arborescențe după $t_{ir} = 30$ s (fig. 17).

5.7. *Influența grosimii probelor.* În cazul probelor de grosimi reduse ($h < 0{,}5$ mm) nu s-au produs arborescențe în nici una dintre experiențele efectuate. Aceasta se datorează faptului că grosimea probelor, este mai redusă decît adîncimea de pătrundere a electronilor și, deci nu se pot realiza aglomerări de purtători de sarcină care să genereze arborescențe.

5.8. *Influența „argintării" probelor.* În vederea analizării acțiunii descărcărilor parțiale asupra porțiunilor izolațiilor dezlipite de conductoare (și în contact direct cu miezul feromagnetic) s-au utilizat probe avînd depuse — pe fețele opuse celor iradiate — straturi de argint coloidal. S-a constatat o dezvoltare mai pronunțată a arborescențelor în interiorul probelor și o reproductibilitate superioară a rezultatelor experiențelor, față de cazurile în care s-au utilizat probe fără electrozi aderenți. Aceasta se datorează modificării repartiției cîmpului electric în interiorul probelor, respectiv intensificării componentei normale a intensității acestuia.

5.9. *Influența stării vidului.* Cu creșterea presiunii în interiorul incintei de iradiere crește concentrația moleculelor de gaz și, deci, probabilitatea de ciocnire și de ionizare a gazului de către electronii emiși de catod. Se reduce, astfel, energia electronilor incidenți și adîncimea lor de pătrundere, respectiv viteza de dezvoltare a arborescențelor. De altfel, pentru valori ale presiunii p mai mari de 10^{-3} torr nu s-au obținut arborescențe (în experiențele normale $p = 10^{-5}$ torr).

6. Străpungerea probelor iradiate

Factorul determinant al dezvoltării arborescențelor îl constituie energia transmisă probelor în unitatea de timp și pe unitatea de suprafață p_s de către fluxurile de electroni.

Pentru valori ale lui p_s mai mici de 50 kW/m^3, în probele încercate nu s-au produs arborescențe și nici canale de străpungere.

Dacă $p = 50-60$ kW/m^2, în probele iradiate apar rețele de canale slab conductoare, Aceste canale avansează, în timp, spre fețele opuse celor iradiate (mai ales în cazul probelor „argintate"), canalele își măresc diametrele, iar suprafețele lor își reduc continuu rezistivitatea electrică (datorită scurgerii purtătorilor de sarcină, respectiv creșterii temperaturii pînă la valorile critice de fracturare a macromoleculelor și — eventual — a separării carbonului hexagonal). Prin urmare, dacă durata de iradiere ia valori mari (zeci de minute), rețelele de canale devin, practic, conductoare, iar probele iradiate suferă un proces de străpungere.

Dacă densitatea de putere ia valori foarte mari ($p_s > 60$ kW/m^2), pe o adîncime $h < h_p$, temperatura crește foarte mult, macromoleculele se distrug și se separă carbonul (probele „se carbonizează"); zona respectivă devenind conductoare, se inițiază un canal de străpungere.

Acest proces de încălzire locală se desfășoară progresiv (după un interval Δt, altă zonă, de grosime Δh, se carbonizează) pînă ce canalul ajunge la suprafața opusă celei iradiate, moment în care se poate considera că s-a produs o străpungere termică a probei.

7. Concluzii

a) Inițierea canalelor are loc în zonele cu defecte. Dacă defectele se află sub suprafața iradiată, arborescențele se dezvoltă mai mult în interiorul probelor și mai puțin în straturile superficiale, ceea ce determină creșterea probabilității de străpungere a corpurilor iradiate.

b) Chiar dacă corpul iradiat nu prezintă defecte de rețea, acestea pot fi generate de fluxurile de electroni: fisuri superficiale (fig. 8), zone de material topit (fig. 15) etc. (arborescențele dezvoltîndu-se în interiorul corpurilor).

c) Apariția și dezvoltarea rețelelor de canale datorită fluxurilor de electroni favorizează — în cazul izolațiilor aflate în cîmp electric — străpungerea prematură a acestora (ca urmare a creșterii locale a conductivității electrice, respectiv a reducerii rigidității dielectrice)..

BIBLIOGRAFIE

1. *P. Notingher*, EEA — Electrotehnica, *25*, 7, 1977, p. 285—290.
2. *P. Notingher, A. Ifrim*, Buletin IPB, 1985, *47*, S. Electrotehnică, p. 154—168.
3. *B. H. Mason*, IEEE Trans. Electr. Ins., 1978, *EI—13*, 4, p. 211
4. *P. Notingher, ș.a.*, Memoriu la contractul 4—412/1984, IPB — CCSIT — Electroputere Craiova.
5. *P. Notingher*, EEA — Electrotehnica, *35*, 2, 1987, p. 61—68.
6. *Bui Ai*, Thèse, Toulouse, 1966.
7. *P. Notingher*, Rev. Roum. Sci. Techn. — Electr. et Energ., *24*, 4, 1979, p. 651 — 663.
8. *P. Notingher*, Rev. Roum. Sci. Techn. — Electr. et Energ., *31*, 1986, p. 59—68 și 133—144.
9. *S. Ionescu*, Reacții chimice induse de radiațiile ionizante, Ed. Acad. R. S. R., București, 1963.
10. *I. E. Teodorescu, M. Fiti*, Iradierea tehnologică, Ed. Acad. R.S.R., București 1979.
11. *B. Gross*, Charge Storage in Solid Dielectrics, Elsevier, New York, 1964.
12. *A. Ifrim, ș.a.*, Lucrările Simp. Naț. de Fizica solidului, Cluj-Napoca, 1978, p. 14—17, 101—103, 333—335.
13. *A. Ifrim, ș.a.*, Al III-lea Simp. Naț. de microscopie electronică, București, Oct. 1975.
14. *A. Ifrim, ș.a.*, Simp. Naț. de Fizica și Chimia fenomenelor interfaciale, Baia Mare, Oct. 1979.
15. *N. Popescu — Pogrion, ș.a.*, A XI-a Conf. Int. de Micr El., Talin, 1979, p. 123—124.

Expoxy Resins Breakdown under the Stress of Electron Fluxes (Treeing)

The paper presents the action of partial discharges on solid insulators and analysis the influence of electron fluxes on epoxy resins breakdown. The phenomenon of treeing is presented and the influences of the irradiation process characteristics and physic structure on treeing development and bodies breakdown are analysed in great detail.

C.Z.: 621.313.322 — 81
510.5

MODELAREA ÎNCĂLZIRII PRIN REZISTENȚE TERMICE A ROTOARELOR TURBOGENERATOARE CU RĂCIRE INDIRECTĂ

M. IORDACHE, N. VOICU *

Lucrarea prezintă modelarea prin rezistențe termice neliniare a încălzirii rotoarelor turbogeneratoarelor cu răcire indirectă. Analiza circuitului electric rezistiv neliniar asociat rețelei de încălzire se efectuează cu un algoritm și un program original, caracterizate printr-un înalt grad de generalitate și eficiență din punctul de vedere al acurateții și implementării pe calculator.

1. Introducere

Eficiența răcirii și posibilitatea determinării valorilor și distribuției temperaturilor într-o mașină electrică sînt esențiale pentru proiectarea corectă a mașinii.

O analiză cît mai exactă, completă și de mare finețe a cîmpului de temperaturi în regim staționar presupune:

a) localizarea și cunoașterea valorilor pierderilor;

b) cunoașterea distribuției de viteze a fluidului refrigerent în diversele canale de răcire ale mașinii;

c) determinarea repartizării și valorile fluxurilor termice în anumite părți ale mașinii.

Debitul fluidului refrigerent se poate determina schematizînd rețeaua de ventilație prin similitudine cu o rețea electrică.

Pentru calculul cîmpului de temperaturi în rotorul unui turbogenerator cu răcire indirectă se prezintă o metodă de modelare cu rezistențe termice și pierderi concentrate. Rezistențele termice sînt de două tipuri: de conducție și de convecție, corespunzător celor două moduri de transmisie a căldurii (fig. 1).

Rezistențele termice corespunzătoare transmisiei căldurii prin conducție sînt calculate cu o bună aproximație datorită datelor experimentale privind conductivitatea termică a materialelor:

$$R = \lambda \frac{l}{S} \tag{1}$$

* Șef lucrări dr. ing.; Asist. ing., catedra Electrotehnică

unde:

R — este rezistența termică;
λ — conductivitatea termică;
l — lungimea;
S — secțiunea.

Rezistența termică corespunzătoare transferului de căldură prin convecție a fost considerată ca o rezistență neliniară, datorită dependenței neliniare a coeficientului de transfer de căldură cu diferența de temperatură, între peretele conductiv și fluidul de răcire [1]. Această rezistență are expresia:

$$R = \frac{1}{\alpha S} \quad \text{cu} \quad \alpha f(T - T_e) \tag{2}$$

în care:

α este coeficientul de transfer de căldură prin convecție;
T — temperatura peretelui convectiv;
T_e — temperatura fluidului refrigerent.

Pentru studiul încălzirii rotorului turbogeneratorului cu răcire indirectă, din motive de simetrie, s-a considerat o porțiune delimitată astfel (fig. 1):

— în direcția axială, între planele mediane ale crestăturii rotorice și canalul de ventilație:

— suprafața exterioară spre întrefier între cele două plane.

S-au făcut următoarele ipoteze referitoare la schimbul de căldură și pierderile de putere:

a) toată căldura disipată în porțiunea considerată se transferă fluidului refrigerent;

b) pe porțiunea considerată se presupun pierderile de putere concentrate în 15 puncte;

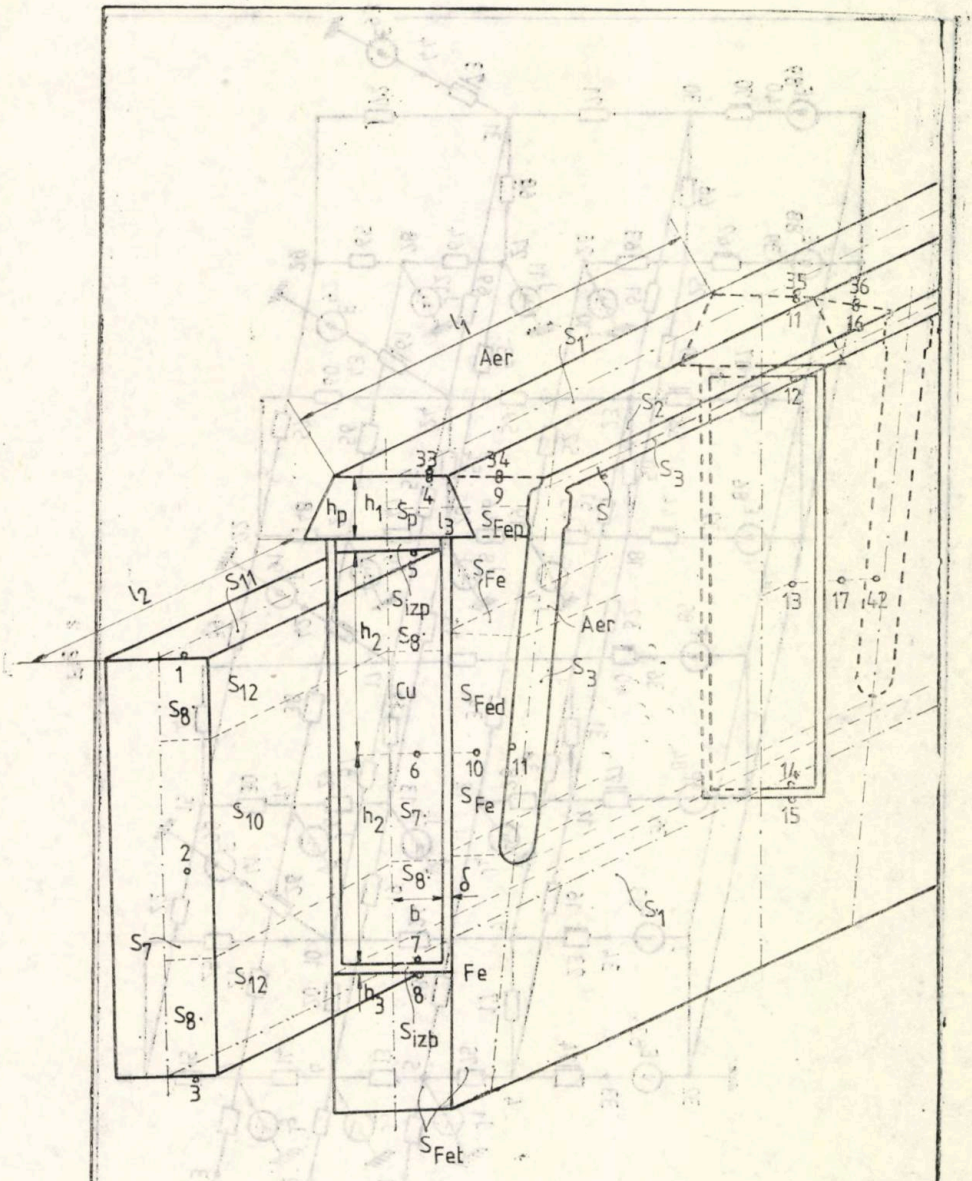
c) stratul de aer aflat între bară și fierul rotoric a fost considerat ca un „solid", luîndu-se în considerație numai conductivitatea termică internă.

În figura 2 se reprezintă circuitul electric neliniar asociat simulării prin rezistențe termice a sistemului de încălzire, corespunzător porțiunii de rotor reprezentată în figura 1.

2. Analiza circuitului electric neliniar asociat simulării prin rezistențe termice a sistemului de încălzire

În graful asociat circuitului electric rezistiv neliniar se selectează un arbore numit *arbore normal* (AN) sau *arbore de referință* (AR). Acesta trebuie să conțină: toate sursele ideale independente de tensiune (SIIT), un număr maxim posibil de rezistoare neliniare controlate în tensiune (c.u.), un număr minim posibil de rezistoare neliniare controlate în curent (c.i.) și nici o sursă ideală independentă de curent (SIIC).

Pentru determinarea arborelui normal și a matricei incidențelor esențiale s-a folosit o tehnică de calcul cu matrice rare [2].



Modelul fizic al rotorului cu răcire indirectă

Fig. 1

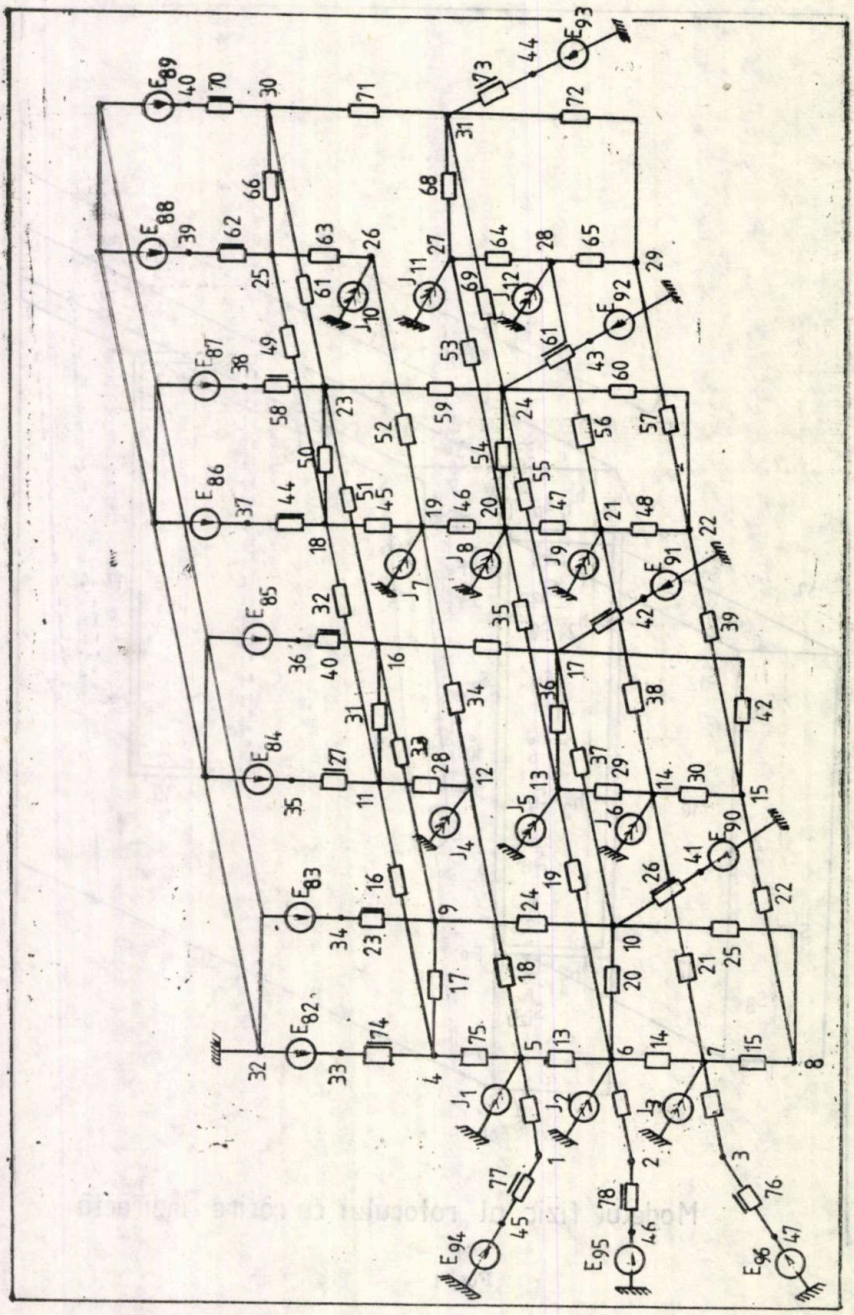


Fig. 2

În [3] se demonstrează că dacă se consideră ca variabile independente vectorul tensiunilor rezistoarelor neliniare c.u. ramuri (din arbore) U_{ua} și vectorul curenților rezistoarelor neliniare c.i. coarde (din coarbore) I_{ic}, atunci ecuațiile hibride ale circuitului neliniar au forma:

$$\begin{bmatrix} I_{ua} \\ U_{ic} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{aa} & B_{ac} \\ A_{ca} & R_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{ua} \\ I_{ic} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\Lambda_{RuRu} \\ \Lambda_{RiRi}^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{ia} \\ I_{uc} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S_a \\ S_c \end{bmatrix}, \tag{3}$$

unde:

$$S_a = G_{uaR} U_E + B_{uaJ} I_J \in \mathbb{R}^{n_{Rua}} \tag{4}$$

$$G_{uaE} = -\Lambda_{RuR} R^{-1} \Lambda_{ER}^T \in \mathbb{R}^{n_{Rua} x n_E} \tag{5}$$

$$B_{uaJ} = -\Lambda_{RuJ} + \Lambda_{RuR} R^{-1} \Lambda_{RR}^T R_a \Lambda_{RJ} \in \mathbb{R}^{n_{Rua} x n_J} \tag{6}$$

$$S_c = A_{icE} U_E + R_{icJ} I_J \in \mathbb{R}^{n_{Ric}} \tag{7}$$

$$A_{icE} = \Lambda_{ERi}^T - \Lambda_{RRi}^T G^{-1} \Lambda_{RR} G_c \Lambda_{ER}^T \in \mathbb{R}^{n_{Ric} x n_E} \tag{8}$$

$$R_{icJ} = -\Lambda_{RRi}^T G^{-1} \Lambda_{RJ} \in \mathbb{R}^{n_{Ric} x n_J} \tag{9}$$

$$G_{aa} = -\Lambda_{RuR}^T R^{-1} \Lambda_{RuR}^T \in \Gamma\, \mathbb{R}^{n_{Rua} x n_{Rua}} \tag{10}$$

$$B_{ac} = -\Lambda_{RuRi} + \Lambda_{RuR} R^{-1} \Lambda_{RR}^T R_a \Lambda_{RRi} \in \mathbb{R}^{n_{Rua} x n_{Ric}} \tag{11}$$

$$A_{ca} = \Lambda_{RuRi}^T - \Lambda_{RRi}^T G^{-1} \Lambda_{RR} G_c \Lambda_{RuR}^T \in \mathbb{R}^{n_{Ric} x n_{Rua}} \tag{12}$$

$$R_{cc} = -\Lambda_{RRi}^T G^{-1} \Lambda_{RRi} \in \mathbb{R}^{n_{Ric} x n_{Ric}} \tag{13}$$

$$G = G_a + \Lambda_{RR} G_c \Lambda_{RR}^T \in \mathbb{R}^{n_{Ra} x n_{Ra}} \tag{14}$$

$$R = R_c + \Lambda_{ER}^T R_a \Lambda_{RR} \in \mathbb{R}^{n_{Rc} x n_{Rc}}, \tag{15}$$

în care, de exemplu, $n_{Rua}(n_{Ric})$ reprezintă numărul rezistoarelor neliniare c.u. (c.i.) ramuri (coarde), $U_E(I_J)$ vectorul tensiunilor (curenților) SIIT (SIIC), iar Λ_{RuRu} (Λ_{RR}) reprezintă submatricea de incidență a rezistoarelor neliniare c.u. (liniare) din coarbore la suprafețele de secțiune atașate rezistoarelor neliniare c.u. (liniare) din arbore.

În ecuațiile (3) mărimile U_{ia} și I_{uc} trebuie eliminate. Pentru aceasta, se ține seama de caracteristicile $U - I$, respectiv $I - U$ ale rezistoarelor neliniare c.i. din arbore, respectiv ale rezistoarelor neliniare c.u. din coarbore și de teoremele Kirchhoff. Astfel, se obțin:

$$U_{ia} = \hat{U}_{ia}(\Lambda_{RiRi} I_{ic} - \Lambda_{RiJ} I_J) \tag{16}$$

$$I_{uc} = \hat{I}_{uc}(\Lambda_{RuRu}^T U + \Lambda_{ERu}^T U_E). \tag{17}$$

Ecuațiile (3), (16) și (17) corespund unui m-port $\hat{N}$ format din rezistoare liniare și surse ideale independente (fig. 3).

Caracteristicile $I - U$ și $U - I$ ale fiecărui rezistor neliniar se aproximează printr-o curbă liniarizată pe porțiuni. Fie s_j oricare din

celé n_j segmente ale caracteristicii j, atunci s_j este complet determinat prin:

$$I_{uj} = G_{uj}(s_j)\, U_{uj} + J_{uj}(s_j) \tag{18}$$

$$E^{-}_{uj}(s_j) \leqslant U_{uj} \leqslant E^{+}_{uj}(s_j) \tag{19}$$

pentru o caracteristică c.u. și

$$U_{ij} = R_{ij}(s_j)\, I_{ij} + E_{ij}(s_j) \tag{20}$$

$$J^{-}_{ij}(s_j) \leqslant I_{ij} \leqslant J^{+}_{ij}(s_j), \tag{21}$$

pentru o caracteristică c.i.

Geometric, parametrii: $G_{uj}(s_j)$ $(R_{ij}(s_j))$ și $J_{uj}(s_j)$ $(E_{ij}(s_j))$ reprezintă panta și respectiv ordonata la origine a segmentului s_j.

Liniarizînd pe porțiuni curbele $I - U$ $(U - I)$ ale tuturor rezistoarelor neliniare c.u. (c.i.) ecuația (3) devine:

$$G_{ua}(s)U_{ua} + J_{ua}(s) + \Lambda_{RuRu}[G_{uc}(s)\, U_{uc} + J_{uc}(s)] - G_{aa}U_{ua} - B_{ac}I_{ic} - S_a = 0 \tag{22}$$

$$R_{ic}(s)I_{ic} + E_{ic}(s) - \Lambda^{T}_{RiRi}[\, R_{ia}(s)I_{ia} + E_{ia}(s)] - A_{ca}U_{ua} - R_{cc}\, I_{ic} - S_c = 0, \tag{23}$$

pentru combinația de segmente s, iar mărimile I_{ia} și U_{uc} rezultă din ecuațiile (16), respectiv (17).

Ecuația (22) și (23) constituie $n = m'_1 + m''_2$ ecuații independente în m'_1 tensiuni necunoscute, $U_{ua_1}, \ldots, U_{ua'_1}$, și m''_2 curenți necunoscuți, $I_{ic_1}, \ldots, I_{icm'_2}$, numite ecuațiile hibride, liniarizate pe porțiuni, ale circuitului rezistiv neliniar N.

Conform algoritmului Newton,-Raphson [6], pentru cazul în care caracteristicile $I - U$ $(U - I)$ ale rezistoarelor neliniare c.u. (c.i.) sînt liniarizate pe porțiuni, valorile vectorilor U_{ua} și I_{ic} la iterația $k+1$ sînt date de:

$$\begin{bmatrix} U_{ua}^{(k+1)} \\ I_{ic}^{(k+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [G_{aa} - G_{ua}(s^{(k)}) - \Lambda_{RuRu}G_{uc}(s^{(k)})\Lambda^{T}_{RuRu}] & B_{ac} \\ A_{ca} & [R_{cc} - R_{ic}(s^{(k)}) - \Lambda^{T}_{RiRi}R_{ia}(s^{(k)})\Lambda_{RiRi}] \end{bmatrix}^{-1} \cdot$$

$$\cdot \begin{bmatrix} S_a - \Lambda_{RuRu}G_{un}(s^{(k)}) \cdot \Lambda^{T}_{ERu}U_E - J_{ua}(s^{(k)}) - \Lambda_{RuRu}J_{uc}(s^{(k)}) \\ S_c - \Lambda^{T}_{RiRi}R_{ia}(s^{(k)}) \cdot \Lambda_{RiJ}I_J - E_{ic}(s^{(k)}) + \Lambda^{T}_{RiRi}E_{ia}(s^{(k)}) \end{bmatrix}, \tag{24}$$

unde $s^{(k)}$ este combinația de segmente de la iterația k, iar $U_{ua}^{(k)}$ și $I_{ic}^{(k)}$ reprezintă valorile variabilelor independente la iterația k.

Algoritmul Katzenelson [6], utilizat mult în ultimii ani în analiza circuitelor electrice neliniare, se aplică, la sisteme algebrice neliniare de forma :

$$f(x) = y \tag{25}$$

unde f reprezintă un sistem de n ecuații liniarizate pe porțiuni în variabilele $x_1, \ldots, x_n$. Vectorul $y = (y_1, \ldots, y_n)]^T$ este un vector constant numit vector sursă. Ipoteza de bază, pentru ca algoritmul Katzenelson să conveargă întotdeauna, este ca funcția f să fie bijectivă.

Dacă notăm :

$$x = \begin{bmatrix} U_{ua} \\ I_{ic} \end{bmatrix}, \quad y = \begin{bmatrix} S_a - \Lambda_{RuRu} G_{uc}(s)\, \Lambda^T_{ERu} U_E \\ S_c - \Lambda^T_{RiRi} R_{ia}(s)\, \Lambda_{RiJ} I_J \end{bmatrix} \tag{26}$$

$$A^{(k)} = \begin{bmatrix} [G_{ua}(s^{(k)}) + \Lambda_{RuRu} G_{uc}(s^{(k)}) \Lambda^T_{RuRu} - G_{aa}] & -B_{ac} \\ -A_{ca} & [R_{ic}(s^{(k)}) + \Lambda^T_{RiRi} R_{ia}(s^{(k)})\, \Lambda_{RiRi} - R_{cc}] \end{bmatrix} \tag{27}$$

$$B^{(k)} = \begin{bmatrix} J_{ua}(s^{(k)}) + \Lambda_{RuRu}\, J_{uc}(s^{(k)}) \\ E_{ic}(s^{(k)}) - \Lambda^T_{RiRi} E_{ia}(s^{(k)}) \end{bmatrix}, \tag{28}$$

ecuațiile (22) și (23) devin

$$A^{(k)} x + B^{(k)} = y \tag{29}$$

$$X^-(s)^{(k)} \leqslant x \leqslant X^+(s^{(k)}). \tag{30}$$

Ecuațiile (29, (30) și (16) permit aplicarea algoritmului Katzenelson la analiza circuitului electric rezistiv corespunzător rețelei de încălzire considerată în această lucrare.

3. Rezultate obținute

Pentru calculul efectiv al circuitului rezistiv neliniar reprezentat în figura 3, s-a utilizat programul ACEN (Analiza Circuitelor Electrice Neliniare) [7], program implementat pe un calculator Felix 512.

Calculele teoretice au fost efectuate pentru un turbogenerator de 12 MW cu răcire indirectă a rotorului, în două variante :

a) cu pierderi proiectate ;

b) cu pierderi măsurate

și pentru două valori ale debitului de răcire

Verificările experimentale au fost efectuate pe un model de crestătură rotorică (scara 1 :1) a unui turbogenerator de 12 MW, echipat corespunzător cu termocuple și sonde de presiune. Rezultatele teoretice și cele experimentale au fost reprezentate în figurile 4, a și b, pentru a înlesni studiul comparativ.

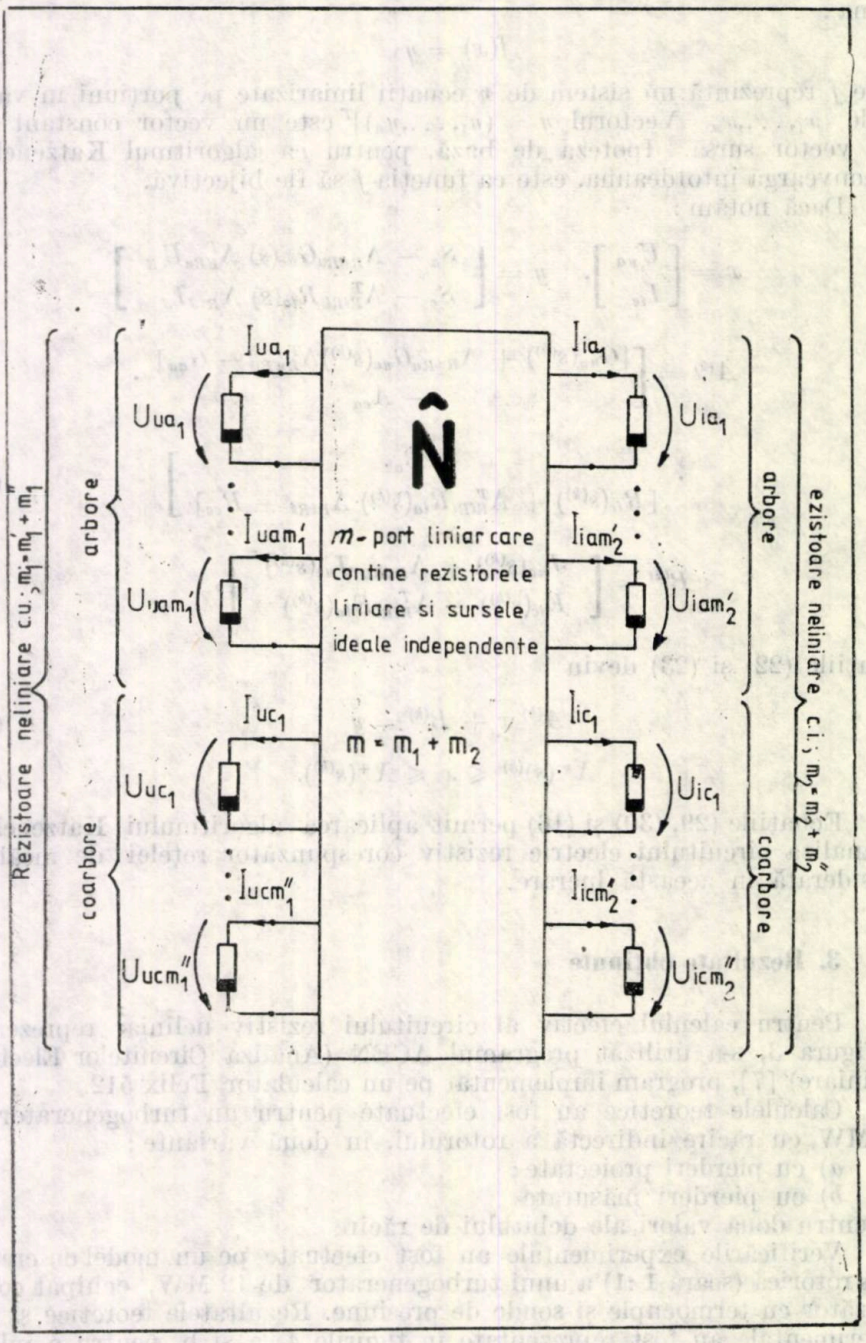

$\hat{N}$
m - port liniar care
contine rezistorele
liniare si sursele
ideale independente
$m = m_1 + m_2$
I_{ua_1}
U_{ua_1}
$I_{uam'_1}$
$U_{uam'_1}$
I_{uc_1}
U_{uc_1}
$I_{ucm''_1}$
$U_{ucm''_1}$
I_{ia_1}
U_{ia_1}
$I_{iam'_2}$
$U_{iam'_2}$
I_{ic_1}
U_{ic_1}
$I_{icm''_2}$
$U_{icm''_2}$
arbore
coarbore
Rezistoare neliniare c.u. $m_1 = m'_1 + m''_1$
arbore
coarbore
ezistoare neliniare, c.i. $m_2 = m'_2 + m''_2$

Fig. 3

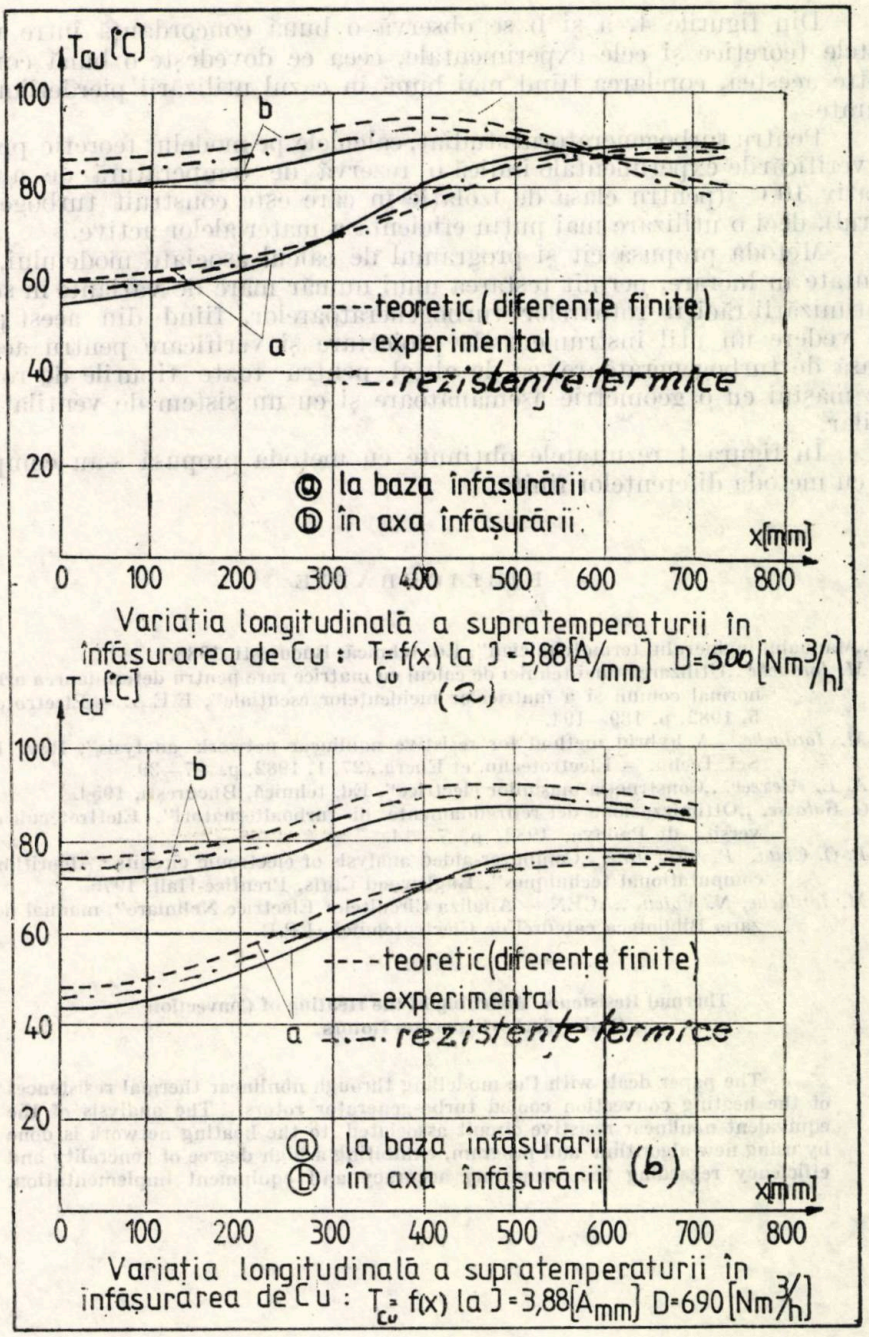

T_Cu [°C]
100
80
60
40
20
b
a
---teoretic (diferențe finite)
——experimental
-.-.-.rezistențe termice
ⓐ la baza înfășurării
ⓑ în axa înfășurării.
x[mm]
0 100 200 300 400 500 600 700 800
Variația longitudinală a supratemperaturii în înfășurarea de Cu : T_Cu = f(x) la J = 3,88 [A/mm] D = 500 [Nm³/h]
(a)
T_Cu [°C]
100
80
60
40
20
b
a
---teoretic (diferențe finite)
——experimental
-.-.-.rezistențe termice
ⓐ la baza înfășurării
ⓑ în axa înfășurării
(b)
x[mm]
0 100 200 300 400 500 600 700 800
Variația longitudinală a supratemperaturii în înfășurarea de Cu : T_Cu = f(x) la J = 3,88 [A/mm] D = 690 [Nm³/h]

Fig. 4

4. Concluzii

Din figurile 4, a și b se observă o bună concordanță între rezultatele teoretice și cele experimentale, ceea ce dovedește o bună corelare între acestea, corelarea fiind mai bună în cazul utilizării pierderilor măsurate.

Pentru turbogeneratorul studiat, calculele pe modelul teoretic precum și verificările experimentale indică o rezervă de temperatură de aproximativ 10°C (pentru clasa de izolație în care este construit turbogeneratorul), deci o utilizare mai puțin eficientă a materialelor active.

Metoda propusă cît și programul de calcul asociate modelului, prezentate în lucrare, permit testarea unui număr mare de variante în scopul optimizării răcirii rotoarelor turbogeneratoarelor, fiind din acest punct de vedere un util instrument de proiectare și verificare pentru această clasă de turbogeneratoare, ca de altfel pentru toate tipurile de rotoare de mașini cu o geometrie asemănătoare și cu un sistem de ventilație similar.

În figura 4 rezultatele obținute cu metoda propusă s-au comparat și cu metoda diferențelor finite.

BIBLIOGRAFIE

1. „Manualul inginerului termotehnician", Ed. tehnică, București, 1986.
2. *M. Iordache* „Utilizarea unei tehnici de calcul cu matrice rare pentru determinarea arborelui normal comun și a matricelor incidențelor esențiale", E.E.A. — Electrotehnica, 5, 1982, p. 189—194.
3. *M. Iordache*, „A hybrid method for resistive nonlinear network analysis", Rev. Roum. Sci. Techn. — Electrotechn. et Energ., 27, 1, 1982, p. 27—39.
4. *A. E. Alexeev*, „Construcția mașinilor electrice", Ed. tehnică, București, 1954.
5. *G. Galasse*, „Ottimizzazione del reffreddamente di turboalternatori", Elettrotecnica, Universita di Padova, 1982, p. 7—14.
6. *L. O. Chua, P. M. Lin*, „Computer-aided analysis of electronic circuits: Algorithms and computational techniques", Englewood Cliffs, Prentice-Hall, 1975.
7. *M. Iordache, N. Voicu*, „ACEN — Analiza Circuitelor Electrice Neliniare", manual de utilizare, Biblioteca catedrei de Electrotehnică, I.P.B.

Thermal Resistence Modelling of the Heating of Convection Cooled Turbo-Generator Rotors

The paper deals with the modelling through nonlinear thermal resistences of the heating convection cooled turbo-generator rotors. The analysis of the equivalent nonlinear resistive circuit associated to the heating network is done by using new algorithm and program, exhibiting a high degree of generality and efficiency regarding the computing accuracy and equipment implementation.

C.Z.U.: 621.3.013

INDUCȚIA MAGNETICĂ GENERATĂ DE CURENȚI DE CONDUCȚIE ECHIVALAȚI CU REPARTIȚII PE PÎNZE

V. A. MĂRIEȘ *

Se deduc expresiile analitice exacte ale contribuțiilor pînzelor trapezoidale de curent de conducție la inducția magnetică rezultantă, generată de o repartiție a curenților de conducție ce este echivalată cu benzi de curenți constituite dintr-o succesiune de pînze trapezoidale.

1. Introducere

Inducția magnetică generată de diverse repartiții spațiale de curenți de conducție poate fi calculată numeric prin echivalarea acestora cu repartiții pe pînze care, însă, să țină seamă și de repartiția spațială a liniilor curenților de conducție. Dacă pînzele curenților de conducție reprezintă niște suprafețe oarecare acestea se aproximează prin benzi constituite dintr-o succesiune de trapeze ce au proprietatea de a conserva solenația inițială, fiecare pînză trapezoidală a curenților de conducție avînd densitatea de linie corespunzătoare.

Inducția magnetică $\bar{B}(P)$ generată într-un punct $P(a;\ b;\ c)$ al unui domeniu D_j linear, omogen și izotrop, raportat la sistemul de referință general $OXYZ$ triortogonal, direct, cu versorii $\bar{I}$, $\bar{J}$, $\bar{K}$, de către un circuit de forma unei benzi constituite dintr-o succesiune de n trapeze T'_k, $k = \overline{1, n}$, ce se găsesc în planele Π_k:

$$X\cos\alpha_k + Y\cos\beta_k + Z\cos\gamma_k + \delta_k = 0, \quad k = \overline{1, n} \tag{1}$$

parcurse de curenții de conducție cu densitatea de linie:

$$\bar{J}_{lk} = J_{lk}(\bar{I}\cos\alpha_{jk} + \bar{J}\cos\beta_{jk} + \bar{K}\cos\gamma_{jk}),\ k = \overline{1, n} \tag{2}$$

uniformă și paralelă cu bazele, fig. 1, se determină cu formula integrală a lui Biot-Savart-Laplace:

$$\bar{B}(P) = B_x\bar{I} + B_y\bar{J} + B_z\bar{K} = \frac{\mu}{4\pi}\int_{D_j}\frac{\bar{J}_l \times \bar{R}}{R^3}\,\delta A' = \frac{\mu}{4\pi}\int_{\bigcup_{k=1}^{n} T'_k}\frac{\bar{J}_{lk}\times\bar{R}_k}{R_k^3}\,\delta A' = \sum_{k=1}^{n}\bar{B}_k(P) \tag{3}$$

* Șef lucrări dr. ing., catedra Electrotehnică

unde :

$$\bar{B}_k(P) = B_{xk}\bar{I} + B_{yk}\bar{J} + B_{zk}\bar{K} = \frac{\mu}{4\pi}\int_{T'_k} \frac{\bar{J}_{1k}\times\bar{R}_k}{R_k^3}\,\delta A' \qquad (4)$$

este contribuția pînzei trapezoidale T'_k. Componentele scalare ale acestei contribuții sînt date de relațiile integrale :

$$\begin{cases} B_{xk} = \dfrac{\mu J_{1k}}{4\pi}\displaystyle\int_{T'_k} \frac{(c-Z)\cos\beta_{1k} - (b-Y)\cos\gamma_{1k}}{[(a-X)^2+(b-Y)^2+(c-Z)^2]^{3/2}}\,\delta A' \\ B_{yk} = \dfrac{\mu J_{1k}}{4\pi}\displaystyle\int_{T'_k} \frac{(a-X)\cos\gamma_{jk} - (c-Z)\cos\alpha_{jk}}{[(a-X)^2+(b-Y)^2+(c-Z)^2]^{3/2}}\,\delta A' \\ B_{zk} = \dfrac{\mu J_{1k}}{4\pi}\displaystyle\int_{T'_k} \frac{(b-Y)\cos\alpha_{jk} - (a-X)\cos\beta_{jk}}{[(a-X^2)+(b-Y)^2+(c-Z)^2]^{3/2}}\,\delta A' \end{cases} \qquad (5)$$

dificil de integrat în acest sistem de referință general.

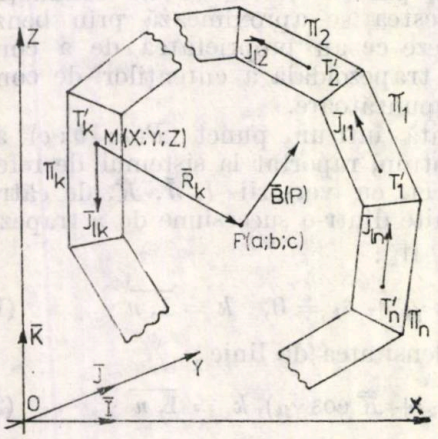


Fig. 1

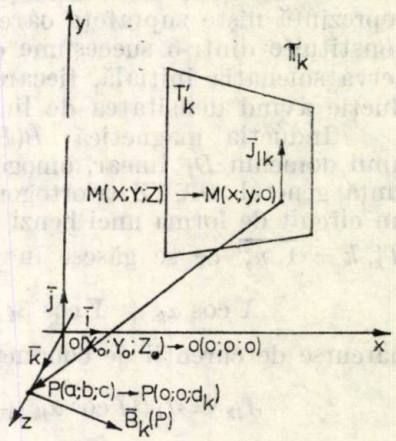


Fig. 2

2. Definirea sistemului de referință local

Pentru ca integrarea să se facă mai simplu, determinarea contribuțiilor $\bar{B}_k\,(P)$ se realizează prin raportarea trapezului T'_k la un sistem de referință local *oxyz*, triortogonal, direct, cu versorii $\bar{i}$, $\bar{j}$, $\bar{k}$, fig. 2.

Prin punctul $P(a\,;\,b\,;\,c)$ trece planul de referință local *xoz* de versor director impus de densitatea de linie a curentului de conducție a trapezului T'_k :

$$\bar{v}_1 = \bar{j} = \bar{I}\cos\alpha_{jk} + \bar{J}\cos\beta_{jk} + \bar{K}\cos\gamma_{jk} \qquad (6)$$

și de ecuație :

$$(X - a)\cos \alpha_{jk} + (Y - b)\cos \beta_{jk} + (Z - c)\cos \gamma_{jk} = 0 \tag{7}$$

Planul Π_k al trapezului T'_k reprezintă planul de referință local *xoy* cu versorul director :

$$\bar{v}_2 = \bar{I} \cos \alpha_k + \bar{J} \cos \beta_k + \bar{K} \cos \gamma_k \tag{8}$$

și de ecuație (1).

Tot prin punctul $P(a\,;\, b\,;\, c)$ trece planul de referință local *yoz* de de versor director :

$$\bar{v}_3 = \bar{v}_1 \times \bar{v}_2 = \bar{I} \cos \alpha_{pk} + \bar{J} \cos \beta_{pk} + \bar{K} \cos \gamma_{pk} \tag{9}$$

și de ecuație :

$$(X - a) \cos \alpha_{pk} + (Y - b) \cos \beta_{pk} + (Z - c)\cos \gamma_{pk} = 0 \tag{10}$$

Originea $o(X_0\,;\, Y_0\,;\, Z_0)$ a sistemului de referință local este la intersecția celor trei plane de referință, care, împreună cu punctul $P(a\,;\, b\,;\, c)$, determină versorul axei de referință locale *oz* :

$$\bar{k} = \frac{(a - X_0)\bar{I} + (b - Y_0)\bar{J} + (c - Z)\bar{K}}{[(a - X_0)^2 + (b - Y_0)^2 + (c - Z_0)^2]^{1/2}} \tag{11}$$

Versorul axei de referință locale *ox* se obține din :

$$\bar{i} = \bar{j} \times \bar{k} \tag{12}$$

Punctul $P(a\,;\, b\,;\, c)$ are în sistemul de referință local coordonatele $P(0\,;\, 0\,;\, d_k)$, unde :

$$d_k = [(a - X_0)^2 + (b - Y_0)^2 + (c - Z_0)^2]^{1/2} \tag{13}$$

Contribuția $\bar{B}_k(P)$ în raport cu sistemul de referință local este :

$$\bar{B}_k(P) = b_{xk}\bar{i} + b_{yk}\bar{j} + b_{zk}\bar{k} \tag{14}$$

Pentru a se obține componentele scalare ale contribuției $\bar{B}_k(P)$ în raport cu sistemul de referință general, (4), (5), se substituie expresiile versorilor axelor de referință locale.

Pentru ca erorile de aproximare ale echivalării să fie cît mai mici trebuie să se deducă expresiile analitice exacte ale contribuțiilor pînzelor trapezoidale la inducția magnetică.

3. Contribuția unei pînze trapezoidale la inducția magnetică

Pe baza principiului superpoziției și a proprietății de aditivitate a integralei referitor la domeniul de integrare inducția magnetică $\bar{b}_{jt}(P)$ generată de o față trapezoidală, fig. 3, este egală cu diferența inducțiilor

magnetice $\bar{b}_{jbk}(P)$, $k = 1,2$, generate de două benzi de curenți de conducție, fig. 4 :

$$\bar{b}_{jt}(P) = \bar{b}_{jb2}(P) - \bar{b}_{jb1}(P) \tag{15}$$

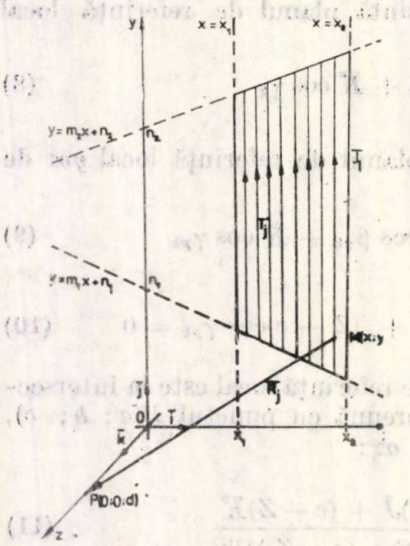


Fig. 3

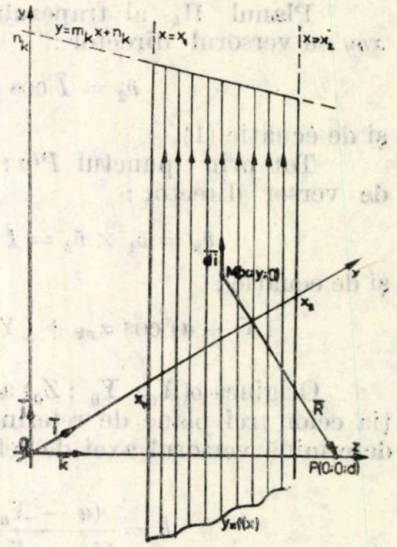


Fig. 4

Inducțiile magnetice $\bar{b}_{jbk}(P)$, $k = 1, 2$, generate de cîte o bandă sînt egale cu diferențele inducțiilor magnetice $\bar{b}_{ji}(P)$, $i = 1,2$, generate de două unghiuri de curenți de conducție, fig, 5. :

$$\bar{b}_{jbk}(P) = \bar{b}_{j2}(P) - \bar{b}_{j1}(P) \tag{16}$$

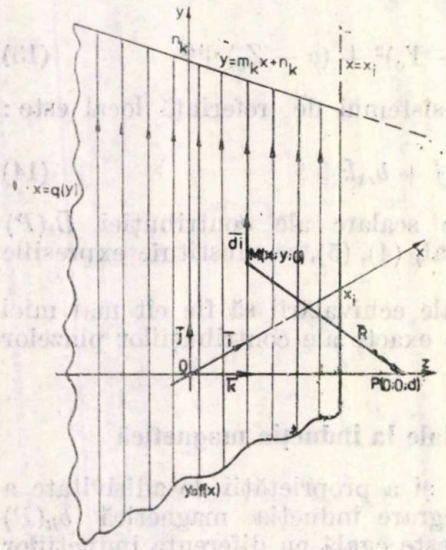


Fig. 5

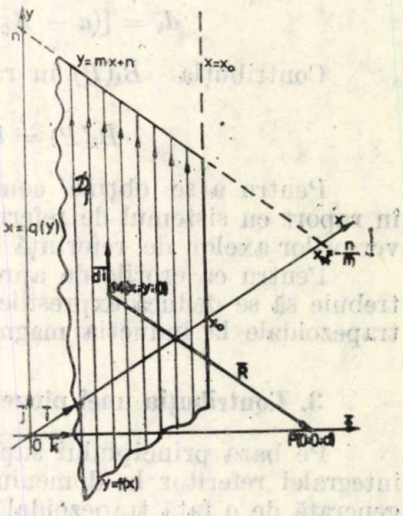


Fig. 6

În consecință, pentru a calcula inducția magnetică generată de o față trapezoidală trebuie să se deducă expresiile analitice exacte ale inducției magnetice $\bar{b}_f(P)$ generate de o pînză de curenți de conducție de forma unui unghi, fig. 6.

În calculul acestei inducții magnetice apare situația cînd $d \neq 0$, sau cînd $d = 0$, fiecare din ele avînd cîteva cazuri particulare în funcție de valorile parametrilor m și n.

Considerînd situația $d \neq 0$, $m \cdot n \neq 0$, fig. 6, pe baza formulei integrale a lui Biot—Savart—Laplace inducția magnetică $\bar{b}_f(P)$ generată în punctul $P(0\,;0\,;d)$ este:

$$\bar{b}_f(P) = b_{fx}\bar{i} + b_{fy}\bar{j} + b_{fk}\bar{k} = \frac{\mu}{4\pi}\int_{D_f}\frac{d\bar{i}\times\bar{R}}{R^3}\,\delta A \tag{17}$$

și cu particularizările:

$$d\bar{i} = J_l\bar{j},\ \delta A' = dx\cdot dy,\ R = \sqrt{x^2+y^2+d^2}$$

$$\bar{R} = -x\bar{i} - y\bar{j} + d\bar{k},\quad d\bar{i}\times\bar{R} = J_l(d\bar{i} + x\bar{k}) \tag{18}$$

se obține:

$$\bar{b}_f(P) = \frac{\mu J_l}{4\pi}\int_{D_f}\frac{(d\bar{i}+x\bar{k})}{\sqrt{(x^2+y^2+d^2)^3}}\,dx\cdot dy = \frac{\mu J_l}{4\pi}\int_{g(y)}^{x_0}dx\int_{(x)}^{mx+n}\frac{(d\bar{i}+x\bar{k})\cdot dy}{\sqrt{(x^2+y^2+d^2)^3}} \tag{19}$$

Integrînd în raport cu variabila y, prin substituția:

$$\sqrt{x^2+y^2+d^2} = y + u \tag{20}$$

se obține:

$$\bar{b}_f(P) = \frac{\mu J_l}{4\pi}\int_{g(y)}^{x_0}\frac{(d\bar{i}+x\bar{k})y}{(x^2+d^2)\sqrt{x^2+y^2+d^2}}\Bigg|_{f(x)}^{mx+n}\cdot dx = \tag{21}$$

$$= \frac{\mu J_l}{4\pi}\{\bar{i}\cdot P11(m\,;n\,;d\,;x_0) + \bar{k}\cdot[P2(m\,;n\,;d\,;x_0) +$$

$$+ P12(m\,;n\,;d\,;x_0)] + \bar{V}[\,;x\,f(x)\,;g(y)]\}$$

unde, integralele nedefinite s-au notat cu:

$$P11(m\,;n\,;d\,;x) = \int\frac{d(mx+n)}{(x^2+d^2)\sqrt{(m^2+1)x^2+2mnx+n^2+d^2}}\cdot dx \tag{22}$$

$$P12(m\,;n\,;d\,;x) = \int\frac{nx-md^2}{(x^2+d^2)\sqrt{(m^2+1)x^2+2mnx+n^2+d^2}}\cdot dx \tag{23}$$

$$P2(m\,;n\,;d\,;x) = \int \frac{m}{\sqrt{(m^2+1)x^2+2mnx+n^2+d^2}} \cdot \mathrm{d}x \tag{24}$$

iar $\bar{V}[x\,;f(x)\,;g(y)]$ este un vector de integrare ce depinde de frontiera domeniului de integrare D_f.

Primitiva (22), în cazul $m.n \neq 0$, prin substituția:

$$x = \frac{d^2m^2 - n^2t}{mn(1+t)}, \quad \mathrm{d}x = -\frac{d^2m^2+n^2}{mn(1+t)^2}\,dt,$$

$$x^2+d^2 = \frac{m^2d^2+n^2}{m^2} \cdot \frac{p+t^2}{(1+t)^2} \cdot p = \frac{d^2m^2}{n^2} > 0,$$

$$x^2 + \frac{2mn}{m^2+1} \cdot x + \frac{n^2+d^2}{m^2+1} = \frac{m^2d^2+n^2}{m^2(m^2+1)} \cdot \frac{q+t^2}{(1+t)^2}, \tag{25}$$

$$q = \frac{m^2}{n^2}(m^2d^2+n^2+d^2) > 0,$$

$$mx+n = \frac{m^2d^2+n^2}{n} \cdot \frac{1}{1+t}, \quad t = \frac{m(md^2-nx)}{n(n+mx)}$$

trece în:

$$P11\,(m\,;n\,;d\,;x) = -\frac{dm}{n^2}\sqrt{m^2(m^2d^2+n^2)} \int \frac{sgn(1+t)}{(p+t^2)\sqrt{q+t^2}} \cdot \mathrm{d}t \tag{26}$$

Integrala nedefinită în t, prin subsituția:

$$u = \frac{t}{\sqrt{q+t^2}}, \quad \mathrm{d}u = \frac{q}{(q+t^2)\sqrt{q+t^2}} \cdot \mathrm{d}t \tag{27}$$

conduce la primitiva:

$$P11(m\,;n\,;d\,;x) = -\operatorname{sgn}(m)\operatorname{sgn}(1+t)\operatorname{arctg}\left(\frac{\sqrt{m^2d^2+n^2}}{d} \cdot \frac{t}{\sqrt{q+t^2}}\right) \tag{28}$$

În cazul în care $x = -\frac{n}{m}$, integrala nedefinită (22) devine improprie de speța a doua și are expresia:

$$P11\left(m\,;n\,;d\,;-\frac{n}{m}\right) = -\operatorname{sgn}(m)\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{m^2d^2+n^2}}{d} \tag{29}$$

În subcazul $m = 0$, $n \neq 0$, primitiva (22) devine :

$$P11(0\,;\,n\,;\,d\,;\,x) = \int \frac{nd}{(x^2 + d^2)\sqrt{x^2 + n^2 + d^2}}\,\mathrm{d}x \tag{30}$$

și prin substituția :

$$u = \frac{x}{\sqrt{x^2 + n^2 + d^2}}, \quad \mathrm{d}u = \frac{n^2 + d^2}{(x^2 + n^2 + d^2)\sqrt{x^2 + n^2 + d^2}} \cdot \mathrm{d}x \tag{31}$$

se obține : $P11(0\,;\,n\,:\,d\,;\,x) = \operatorname{arctg} \dfrac{nx}{d\sqrt{x^2 + n^2 + d^2}}$ (32)

În subcazul $m \neq 0$, $n = 0$, primitiva (22) devine :

$$P11(m\,;\,o\,;\,d\,;\,x) = \int \frac{dmx}{(x^2 + a^2)\sqrt{(m^2 + 1)x^2 + d^2}} \cdot \mathrm{d}x$$

și prin substituția :

$$x^2 + \frac{d^2}{m^2 + 1} = u^2, \; x \cdot \mathrm{d}x = u \cdot \mathrm{d}u \tag{33}$$

se obține :

$$P11(m\,;\,0\,;\,d\,;\,x) = \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{(m^2 + 1)x^2 + d^2}}{md} \tag{34}$$

În subcazul $m = 0$, $n = 0$, primitiva (22) este nulă :

$$P11(0 : 0\,;\,d\,;\,x) = 0 \tag{35}$$

Primitiva (23), în cazul $m \cdot n \neq 0$, prin substituția (25), trece în :

$$P12(m\,;\,n\,;\,d\,;\,x) = \frac{1}{n}\sqrt{m^2(n^2 + n^2d^2)} \int \frac{t \cdot \operatorname{sgn}\,(1 + t)}{\sqrt{(p + t^2)}\sqrt{q + t^2}} \cdot \mathrm{d}t \tag{36}$$

Integrala nedefinită în t, prin substituția :

$$q + t^2 = u^2, \; t \cdot \mathrm{d}t = u \cdot \mathrm{d}u \tag{37}$$

conduce la primitiva :

$$P12(m\,;\,n\,;\,d\,;\,x) = \frac{1}{2}\operatorname{sgn}(n)\,\operatorname{sgn}\,(1 + t)\ln \frac{t^2 + p}{(\sqrt{q + t^2} + \sqrt{q - p})^2} \tag{38}$$

În cazul în care $x = -\frac{n}{m}$ integrala nedefinită (23) devine improprie de speța a doua și are valoarea nulă:

$$P12\left(m\,;\,n\,;\,d\,;\,-\frac{n}{m}\right) = 0 \tag{39}$$

În subcazul $m = 0,\ n \neq 0$, primitiva (23) devine:

$$P12(0\,;\,n\,;\,d\,;\,x) = \int \frac{nx}{(x^2+d^2)\sqrt{x^2+n+d^2}} \cdot \mathrm{d}x \tag{40}$$

și prin substituția:

$$x^2 + m^2 + d^2 = u^2\,,\quad x \cdot \mathrm{d}x = u \cdot \mathrm{d}u \tag{41}$$

se obține:

$$P12(0\,;\,n\,;\,d\,;\,x) = \frac{1}{2}\,\mathrm{sgn}(n)\ln\frac{x^2+d^2}{[\sqrt{x^2+n^2+d^2}+|n|]^2} \tag{42}$$

În subcaznl $m \neq 0,\ n = 0$, primitiva (23) devine:

$$P12(m\,;\,0\,;\,d\,;\,x) = \int \frac{-md^2}{(x^2+d^2)\sqrt{(m^2+1)x^2+d^2}} \cdot \mathrm{d}x \tag{43}$$

și prin substituția:

$$u = \frac{x}{\sqrt{x^2+\dfrac{d^2}{m^2+1}}},\quad \mathrm{d}u = \frac{d^2}{[(m^2+1)x^2+d^2]\sqrt{x^2+\dfrac{d^2}{m^2+1}}} \cdot \mathrm{d}x \tag{44}$$

se obține:

$$P12(m\,;\,0\,;\,d\,;\,x) = \frac{1}{2}\,\mathrm{sgn}(m)\ln\frac{x^2+d^2}{[\sqrt{(m^2+1)x^2+d^2}+|mx|]^2} \tag{45}$$

În subcazul $m = 0,\ n = 0$, primitiva (23) este nulă:

$$P12(0\,;\,0\,;\,d\,;\,x) = 0 \tag{47}$$

Primitiva (24), în cazul $m \cdot n \neq 0$, prin substituția:

$$\sqrt{(m^2+1)x^2+2mnx+n^2+d^2} = x\sqrt{m^2+1} + u \tag{48}$$

conduce la expresia:

$$P2(m\,;\,n\,;\,d\,;\,x) = \frac{m}{\sqrt{m^2+1}}\ln|\sqrt{(m^2+1)\,[(m^2+1)x^2+2mnx+n^2+d^2)}] + \\ + (m^2+1)\,x + mn\,| \tag{49}$$

În subcazul $m = 0$, $n \neq 0$, primitiva (24) devine nulă:

$$P2(0\,;\,n\,;\,d\,;x) = 0 \tag{50}$$

În subcazul $m \neq 0$, $n = 0$, primitiva (24) devine:

$$P2(m\,;\,0\,;\,d\,;\,x) = \int \frac{m}{\sqrt{(m^2+1)x^2+d^2}} \cdot \mathrm{d}x \tag{51}$$

și prin substituția:

$$\sqrt{(m^2+1)x^2+d^2} = x\sqrt{m^2+1} + u \tag{52}$$

conduce la expresia:

$$P2(m\,;\,0\,;\,d\,;\,x) = \frac{m}{m^2+1} \ln \left| \sqrt{(m^2+1)[(m^2+1)x^2+d^2]} + (m^2+1)\,x \right| \tag{53}$$

În subcazul $m = 0$, $n = 0$ primitiva (24) este nulă:

$$P2(0\,;\,0\,;\,d\,;\,x) = 0 \tag{54}$$

Considerînd situația $d = 0$, $m \cdot n \neq 0$, fig. 7, în cazul în care punctul $P(0\,;\,0\,;\,0)$ este în interiorul sau pe frontiera domeniului D_j, integrala nedefinită a formulei Biot-Savart-Laplace devine improprie de speța întîi și inducția magnetică este nedefinită. În cazul în care punctul $P(0\,;\,0\,;\,0)$ este în exteriorul domeniului D_j primitivele (22) ÷ (24) se particularizează astfel:

$$P11(m\,;\,n\,;\,o\,;\,x) = 0 \tag{55}$$

$$P12(m\,;\,n\,;\,0\,;\,x) = \int \frac{n}{x\sqrt{(m^2+1)x^2+2mnx+n^2}} \cdot \mathrm{d}x \tag{56}$$

$$P2(m\,;\,n\,;\,0\,;\,x) = \int \frac{m}{\sqrt{(m^2+1)x^2+2mnx+n^2}} \cdot \mathrm{d}x \tag{57}$$

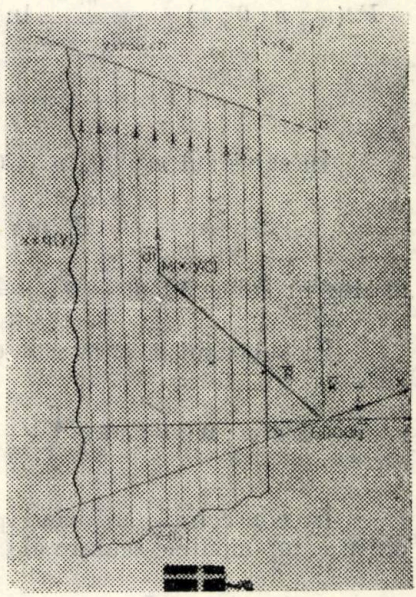


Fig. 7

Primitiva (56), în cazul $m \cdot n \neq 0$, prin substituția:

$$\sqrt{(m^2+1)x^2+2\,mnx+n^2} = x\sqrt{m^2+1} + u \tag{58}$$

duce la expresia:

$$P12(m\,;\,n\,;\,0\,;\,x) = -\operatorname{sgn}(n) \ln \left| \frac{\sqrt{n^2[(m^2+1)x^2+2mnx+n^2]}+mnx+n^2}{x} \right| \tag{59}$$

În subcazul $m = 0$, $n \neq 0$, primitiva (56) devine :

$$P12(0\,;\,m\,;\,0\,;\,x) = \int \frac{n}{x\sqrt{x^2+n^2}} \cdot \mathrm{d}x = \mathrm{sgn}(n)\ln\left|\frac{x}{\sqrt{x^2+n^2}+|n|}\right| \tag{60}$$

În subcazul $m \neq 0$, $n = 0$ primitiva (56) se anulează :

$$P12(m\,;\,0\,;\,0\,;\,x) = 0, \tag{61}$$

analog și în subcazul $m = 0$, $n = 0$.

Primitiva (57), în cazul $m \cdot n \neq 0$, prin substituția :

$$\sqrt{(m^2+1)x^2+2mnx+n^2} = x\sqrt{m^2+1} + u \tag{62}$$

duce la expresia :

$$P2(m\,;\,n\,;\,0\,;\,x) = \frac{m}{\sqrt{m^2+1}} \ln|\sqrt{(m^2+1)[(m^2+1)x^2+2mnx+n^2]} + (m^2+1)x + mn| \tag{63}$$

În subcazul $m = 0$, $n \neq 0$, primitiva (57) devine nulă :

$$P2(0\,;\,n\,;\,0\,;\,x) = 0, \tag{64}$$

analog în subcazul $m = 0$, $n = 0$.

În subcazul $m \neq 0$, $n = 0$, primitiva (57) devine :

$$P2(m\,;\,0\,;\,0\,;\,x) = \int \frac{m}{|x|\sqrt{m^2+1}} \cdot \mathrm{d}x = \frac{m \cdot \mathrm{sgn}(x)}{\sqrt{m^2+1}} \ln|x| \tag{65}$$

În consecință, utilizînd primitivele deduse în cele de mai sus, se obțin componentele scalare ale inducției magnetice generate de un unghi :

$$\begin{cases} b_{jx} = \dfrac{\mu J_1}{4\pi} P11(m\,;\,n\,;\,d\,;\,x_0) \\ b_{jy} = 0 \\ b_{jz} = \dfrac{\mu J_1}{4\pi}[P2(m\,;\,n\,;\,d\,;\,x_0) + P12(m\,;\,n\,;\,d\,;\,x_0)], \end{cases} \tag{66}$$

abstracție făcînd de o constantă de integrare. Pe baza inducției magnetice generate în punctul $P(0\,;\,0\,;\,d)$ de un unghi (66), prin aplicarea relației (16) se obține inducția magnetică generată de o bandă, prin aplicarea

relației (15) inducția magnetică generată de o pînză trapezoidală, iar prin aplicarea relației (3) se obține inducția magnetică rezultantă în punctul $P(a; b; c)$.

4. Verificarea expresiilor analitice exacte

Verificarea expresiilor analitice exacte ale contribuției unei pînze trapezoidale de curent la inducția magnetică s-a efectuat prin intermediul unor aplicații simple, cum sînt inducția magnetică generată de un segment de conductor filiform, inducția magnetică generată de un conductor filiform, rectiliniu, infinit lung și inducția magnetică generată de o pînză de curent de conducție plană, infinit extinsă și al căror rezultat este cunoscut, precum și numeric prin intermediul programului BISALA, în limbaj FORTRAN. Programul BISALA a fost rulat pentru o pînză trapezoidală ce a fost translatată în planul xoy din cadrul sistemului de referință local astfel încît punctul exterior $P(o; o; d)$ să ocupe toate pozițiile distincte în raport cu ea și pentru un segment de conductor filiform, poziționat și de lungime egală cu linia mijlocie a trapezului și parcurs de un curent de intensitate egală cu solenația pînzei trapezoidale. Distanței d a punctului P la planul pînzei trapezoidale i s-au dat valorile .001 m, .01 m, .1 m, și 1.m parametrului coeficientul unghiular m, $k = 1, 2$, i s-au dat valorile — 1.0, și 1., parametrului ordonata la origine n, $k = 1,2$, i s-au dat valorile —7.5 m, —5.m, —2.5 m, .Om, 2.5 m, 5.m, și 7.5 m, iar absciselor x_k, $k = 1,2$, li s-au dat valorile —1.5 m, —.5 m, .Om, .5 m, și 1.5 m. Programul BISALA a efectuat și calculul erorilor relative, ale inducției magnetice pe componente și în modul. Prin rularea programului BISALA s-a constatat că contribuția pînzei trapezoidale la inducția magnetică, în modul și pe componente, pentru distanțe mari este apropiată de contribuția segmentului de conductor filiform, iar pentru distanțe mici de inducția magnetică a pînzei plane infinit extinse, ceea ce confirmă corectitudinea expresiilor analitice exacte. De asemenea, s-a constatat că pentru distanțe mici echivalarea pînzei trapezoidale cu segmentul de conductor filiform nu este convenabilă, ducînd la rezultate nesemnificative, întrucît expresia inducției magnetice generate de segmentul filiform nu ține seamă de orientarea spațială a pînzei trapezoidale.

5. Concluzii

a.) Contribuțiile pînzelor trapezoidale de curent de conducție la inducția magnetică rezultantă sînt date de expresiile analitice exacte: (15), (16), (21), (28), (29), (32), (35), (36), (38), (40), (43), (46), (47), (49), (50), (53) ÷ (55), (59) ÷ (61), (63) ÷ (66).

b) Echivalarea diverselor repartiții de curenți de conducție cu repartiți pe pînze trapezoidale este preferabilă față de echivalarea cu segmente filiforme întrucît ține seamă de orientarea spațială a repartiției curenților de conducție.

BIBLIOGRAFIE

1. *R. Răduleț*, Bazele electrotehnicii — Teoria macroscopică a fenomenelor electrice și magnetice, Ed. did. și ped., București, 1963.
2. *A. Țugulea, C. Memoianu, V. A. Mărieș*, Determination of magnetic field in magnetic deflection coils, Rev. Roum. Sc. Techn. Electrotehnc. Energ., *24*, *3*, Bucarest, 1979.
3. *A. Țugulea, V. A. Mărieș*, Determination of the magnetic induction caused by symmetry sources, Rev. Roum. Sc. Techn. Electrotechn. Energ., *24*, *4*, Bucarest, 1979.
4. *V. A. Mărieș*, Reprezentarea în plan a suprafețelor din spațiul tridimensional prin modelare matematică și folosind calculatoare electronice, St. cerc. energ. electrotehn., *22*, *4*, București, 1972.
5. *V. A. Mărieș*, Numerical method for the determination of the magnetic induction produced by symmetry sources, Rev. Roum. Sc. Techn. Electrotechn. Energ., *25*, *1*, Bucarest, 1980.
6. *I. M. Rîrik, I. S. Gradstein*, Tabele de integrale, sume, serii și produse, Ed. tehnică, București, 1955.

L' induction magnétique générée par courants de conduction équivalés par des répartitions sur toile

On déduit les expressions analytiques exactes des contributions des toiles trapézoïdales de courant de conduction chez l' induction magnétique résultante, générée par une répartition des courants de conduction équivalée avec des bandes de courants constitués d' une succesion de toiles trapézoïdales.

BOOKS

C. Motoc, I. Munteanu, INTRODUCERE ÎN FIZICA CRISTALELOR LICHIDE STRUCTURI ȘI TEXTURI. TEORII ȘI PROPRIETĂȚI/Introduction into Physics of Liquid Crystals. Structures and Textures. Theories and Properties, Editura Facla, Timișoara, 1986, 207 p.

Although the study of liquid crystals has started 80 years ago, it is only 10—15 years ago that it distinguished itself in the main fields of science (physics, chemistry, biology, medicine) and technique (electronics, electrotehnics,automation, communications, computers, etc.).

By synthesizing the most important developments of liquid crystals physics, this volume deals with : molecular and supermolecular thermotropic liquid crystals (ch. 1), theory of liquid crystals (ch. 2), physical properties of nematic liquid crystals) (ch. 3), thermodynamical and optical properties of cholesteric liquid crystals (ch. 4).

G. Cone, Gh. Stanciu, PROBLEME DE FIZICĂ PENTRU LICEU. FENOMENE ELECTRICE ȘI OPTICE. ELEMENTE DE FIZICĂ CUANTICĂ. FIZICA NUCLEULUI /Problems of physics for secondary schools. Electric and optic phenomena. Elements of quantum physics. Nucleus physics, Editura Academiei R. S. România, București, 1988, 343 p.

This volume completes, thanks to 620 problems on electric and optic phenomena elements of quantum physics and nucleus physics, the volume published in the series ,,The physics teacher's library'', with problems on mechanics, thermodynamics and nucleus physics.

The paper is addressed to high school teachers, pupils and candidates to higher education and contains the necessary material for studying electrical-optical, quantum— and nuclear phenomena at secondary level.

I. M. Popescu, D. Iordache, N. Stan, Vl. Fara, Al. Lupașcu, PROBLEME REZOLVATE DE FIZICĂ, VOL. II/Physics Solved Problems, vol. II, Editura Tehnică, București, 1986, 648 p.

Each chapter of this book has a theoretical part followed by applicable problems and their solutions.

The main topics discussed in this volume are :

— Electromagnetism. Theory of restricted relativity. Classical relativistic electrodynamics.

— Electromagnetic theory of light (optics) classical theory of optical coherence and light interference. Light diffraction. Optics of anisotropic media. Geometrical optics. Non-linear optics.

— Electromagnetic waves.

I. M. Popescu, TEORIA ELECTROMAGNETICĂ, MACROSCOPICĂ A LUMINII /Electromagnetic Macroscopic Theory of Light, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1986, 325 p.

This book presents the basic optical phenomena that can be treated starting with Maxwell's equations for electromagnetic field. Maxwell — Lorentz's theory makes the connection between field — sources and light dispersion and absorption theory, while Lorentz's microscopic equations lead to Maxwell's macroscopic ones, in case a great deal of electricity is taken into account.

Contents : Introduction ; Electromagnetic radiation ; Waving optical phenomena ; Electromagnetic optics of isotropic media ; Electromagnetic optics of non-isotropic media ; Theory of electromagnetic field and geometrical optics.

TEZE DE DOCTORAT SUSȚINUTE ÎN 1987—1988

Alexandru Mihail Morăga — Metode electromagnetice în tehnologiile metalurgice ale materialelor compozite (4.XII.1987) Conducător științific prof. dr. docent Constantin Mocanu

Ion Puflea — Contribuții la studiul cîmpului electromagnetic în medii de foarte mare conductibilitate electrică (11.XII.1987). Conducător științific prof. dr. docent Andrei Țugulea

Octavian Hrubaru — Contribuții la studiul reglării vitezei motoarelor asincrone cu mutatoare electronice (12.XII.1987) Conducător științific prof. dr. ing. Alexandru Fransua

Grigoare Danciu — Conducerea optimală cu microprocesor a motoarelor electrice de curent alternativ (12.XII.1987) Conducător științific prof. dr. ing. Alexandru Fransua

Liviu Mario Kreindler — Metode de identificare a sistemelor electromagnetice cu efecte de cîmp (12.XII.1987) Conducător științific prof. dr. docent Andrei Țugulea

Ion Constantinescu — Contribuții privind măsurarea numerică a mărimilor neelectrice (18.XII. 1987) Conducător științific prof. dr. docent Gheorghe Hortopan

Claudia Popescu — Contribuții teoretice și experimentale în tehnica măsurării parametrilor arcului electric (8.I.1988) Conducător științific prof. dr. docent Gheorghe Hortopan

Dan Mihai Luca — Cîmpuri electrice și termice în dispozitive semiconductoare de putere (22.I.1988) Conducător științific prof. dr. docent Andrei Țugulea

Gheorghe Marin — Contribuții la îmbunătățirea prin iradiere a proprietăților unor materiale izolatoare solide folosite în industria electrotehnică (16.III.1988) Conducător științific prof. dr. ing. Alfons Ifrim

Constantin Roșu — Contribuții la teoria și aplicațiile tehnice ale substanțelor feroelectrice (23.IV.1988) Conducător științific prof. dr. docent Alexandru Timotin

Ștefan Corneliu Olteanu — Contribuții la studiul metodelor nedistructive de defectoscopie magnetică a feromagneticilor (14.V.1988). Conducător științific prof. dr. ing. Alfons Ifrim

Mihaela Morăga — Solicitări ale mașinilor electrice statice la funcționarea în regimuri tranzitorii. Regimul de scurt circuit al transformatoarelor electrice (11.VI. 1988) Conducător științific prof. dr. ing. Constantin Bălă

I. P. Informația c. 2728

OSZAGOS MŰSZAKI INFORMÁCIÓS KÖZPONT ÉS KÖNYVTÁR 1988

40 480

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI ELECTROTEHNICA, ENERGETICA, AUTOMATICA-CALCULATOARE. ELECTRONICA, MECANICA, CONSTRUCŢII DE MAŞINI TRANSPORTURI-AERONAVE, CHIMIE, METALURGIE

apare în continuarea vechilor periodice ştiinţifice : „Bulletin de Mathématiques et de Physiques pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" şi „Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti"

Organizat pe baze noi, el reflectă în primul rînd activitatea ştiinţifică a corpului didactic din institut. În limita spaţiului disponibil, se pot publica şi lucrări ştiinţifice ale colaboratorilor din afara institutului.

Corespondenţa privind articolele, schimburile de publicaţii şi abonamentele se fac pe adresa institutului.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI ЭЛЕКТРОТЕХНИКА, ЭНЕРГЕТИКА, АВТОМАТИКА-СЧЕТНО-ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МАШИНЫ, ЭЛЕКТРОНИКА, МЕХАНИКА, МАШИНОСТРОЕНИЕ, ТРАНСПОРТ—САМОЛЕТОСТРОЕНИЕ ХИМИЯ, МЕТАЛУРГИЯ

продолжает прежних научных периодических журналов „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" и „Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti"

Составленный на новых основах он отражает в первую очередь научную деятельность преподавательского состава Бухарестского политехнического института. В пределах возможностей будут опубликоваться и научно-исследовательские работы специалистов извне.

Переписка, обмен периодическими изданиями и подписка производятся по адресу института.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI ELECTROTECHNICS, ENERGETICS, AUTOMATIC CONTROL-COMPUTERS, ELECTRONICS, MECHANICS, MACHINE BUILDING, TRANSPORT-AERONAUTICS, CHEMISTRY, METALLURGY

The Bulletin continues the old scientific periodicals : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" and „Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti".

Organized on a new basis, it primarily reflects the scientific activity of the academic staff from Institute. Researchers from outside the institute can also publish their papers within the available space.

The correspondance regarding the articles, change of publications and subscriptions are sent to the following address.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC BUCUREŞTI ELECTROTECHNIQUE, ENERGETIQUE, AUTOMATIQUE-ORDINATEURS, ELECTRONIQUE, MECANIQUE, CONSTRUCTIONS MECANIQUES, TRANSPORTS-AERONAUTIQUE, CHIMIE, METALLURGIE

continues les anciens périodiques scientifiques : „Bulletin de Mathématiques et de Physique pures et appliquées", „Buletinul Politehnicei din Bucureşti" et „Buletinul Institutului politehnic „Gheorghe Gheorghiu-Dej" Bucureşti"

Organisé sur de nouveaux principes il reflète tout d'abord l'activité scientifique du corps enseignant de l'Institut. Dans la limite de l'espace disponible on peut y publier aussi les travaux scientifiques des collabórateurs de l'extérieur.

L'adresse pour la correspondance concernant les articles, les échanges de publications et les abonnements est :

INSTITUTUL POLITEHNIC BUCUREŞTI
ROMÂNIA

Splaiul Independenţei nr. 313
Căsuţa Poştală nr. 2356

1989 NOV 2